

Научна специалност:
01.02.03 "Строителна механика, съпротивление на материалите"

АВТОРЕФЕРАТ НА ДИСЕРТАЦИЯ за получаване на образователна и научна степен "доктор"

Тема на дисертационната работа:
**ЛИНЕЙНИ И НЕЛИНЕЙНИ ИЗЧИСЛИТЕЛНИ МОДЕЛИ
НА ПРОСТРАНСТВЕНИ ПРЪТОВИ КОНСТРУКЦИИ**

Докторант:
инж. Анита Костадинова Хандрулева

Научни ръководители:
проф. д-р инж. Банко Петков Банков
проф. д.т.н. инж. Константин Савков Казаков

София, 2013 г.

Научна специалност:

01.02.03 "Строителна механика, съпротивление на материалите"

АВТОРЕФЕРАТ НА ДИСЕРТАЦИЯ

за получаване на образователна и научна степен "доктор"

Тема на дисертационната работа:

ЛИНЕЙНИ И НЕЛИНЕЙНИ ИЗЧИСЛИТЕЛНИ МОДЕЛИ НА ПРОСТРАНСТВЕНИ ПРЪТОВИ КОНСТРУКЦИИ

Докторант:

инж. Анита Костадинова Хандрулева

Научни ръководители:

проф. д-р инж. Банко Петков Банков

проф. д.т.н. инж. Константин Савков Казаков

София, 2013 г.

Дисертационната работа съдържа 304 страници, включва 217 фигури, 112 таблици и 100 формули. Тя е структурирана в пет глави. Глава 1 представлява въведение в темата и литературен обзор на проблема. Тя обобщава и целите на дисертацията. В глава 2 е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на еднослойни дискретни сферични куполи при статично натоварване. Въведен е нов параметър, който е означен като "линейна напрегнатост". Също така в тази глава е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване. В глава 3 са построени и изследвани повърхнини на влияние за нормални усилия в избрани пръти от дискретни сферични куполи. В глава 4 са изследвани някои еднослойни дискретни сферични куполи и структурни конструкции в гранично състояние. Построени са комбинирани механизми на разрушение при едновременно отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти и изчерпване на якостна носимоспособност в опънати пръти. Всяка една глава съдържа анализ на резултатите и произтичащите изводи и заключения. В глава 5 е изследвано динамичното реагиране на еднослойни дискретни сферични куполи и структурни конструкции. Изложението е последвано от формулиране претенциите за научни и научно-приложни приноси на автора, насоки за бъдещи изследвания, ползвана литература и благодарности. Библиографията обхваща 232 заглавия, от които 54 на кирилица и 178 на латиница. Дисертацията завършва с описание на публикациите, свързани с темата на разработката и декларация за самостоятелност. Част от работата, където основно са публикувани числови масиви от резултати при проведените изследвания, е представена в приложение.

Дисертационният труд е разгледан на разширен катедрен съвет, сформирани въз основа на заповед N.../..... на ректора на ВСУ "Л. Каравелов", съгласно чл.27 и чл.28 от Правилника за развитието на академичния състав във ВСУ "Л. Каравелов". Решението, прието единодушно от членния състав е, че трудът е готов за защита пред научно жури.

Докторантът е зачислен за задочна докторантура в катедра "Механика и Математика" към ВСУ "Л. Каравелов" на с Протокол N.../..... и срок за завършване на докторантурата 4 години.

Публичното представяне на дисертационната работа ще се осъществи на в зала на ВСУ от часа.

Материалите по защита са на разположение на интересуващите в кабинет 401, блок 6 от ВСУ и са качени на страницата на висшето училище www.vsu.bg.

Автор:
Заглавие:

инж. Анита Костадинова Хандрулева
Линейни и нелинейни изчислителни модели на
пространствени прътови конструкции

СЪДЪРЖАНИЕ

Увод	1
Глава I: Исторически преглед на развитие на пространствените прътови конструкции. Анализ на състоянието на проблема	2
I.1. Исторически преглед на развитие на пространствените прътови конструкции	2
I.2. Структурни конструкции (структури)	2
I.2.1. Основни видове структурни конструкции	3
I.2.2. Избор на основни параметри	3
I.2.3. Начин на опиране	4
I.2.4. Приблизително изчисляване на структурните конструкции	4
I.2.5. Изчислителни модели и методи за изчисляване	5
I.2.6. Изследване на устойчивост и гранично равновесие	7
I.3. Ребрести и решетъчни прътови куполи	7
I.3.1. Основни видове пространствени прътови куполни системи	7
I.3.3. Фактори, влияещи върху напрегнатото и деформирано състояние	8
I.3.4. Изчислителни модели и изчислителни проблеми	8
I.3.5. Приблизително изчисляване на ребрени куполи	8
I.3.6. Приблизително изчисляване на решетъчни куполи с триъгълна структурна решетка	9
I.3.6.1. Определяне на еквивалентните физични характеристики	9
I.3.6.2. Определяне на усилията в еквивалентна сферична непрекъсната черупка	9
I.3.8. Изследване на устойчивост. Видове неустойчиви форми при еднослойни куполи	10
I.3.8.2. Формули за определяне на критичното натоварване за прътови куполи с регулярна триъгълна решетка	11
I.3.9. Динамичните характеристики	13
I.4. Изводи	15
I.5. Основни цели и задачи на дисертацията	15
Глава II: Изследване на якост и коравина на дискретни сферични куполи. Избор на ефективна куполна решетка	16
II.1. Изследване на якост и коравина	16
II.1.1. Избор на ефективна куполна решетка	16
II.1.1.1. Описание и геометрични характеристики на избраните изчислителните модели	16
II.1.1.2. Цел и последователност на изследването	17
II.1.1.3. Сравнителен анализ на получените резултати	17
II.1.1.3а Резултати за куполи тип I (радиално подвижни опори)	17
II.1.1.3б Резултати за куполи тип II (неподвижни опори)	19
II.2. Оптимизация на теглото на прътови куполи чрез параметър за линейна напрегнатост	23
II.2.1. Възможности за оптимизация на теглото на прътови куполи	23
II.2.2. Предлагана методика	23
II.2.3. Анализ на резултатите	25
II.3. Изследване на напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване при радиално подвижни опори	25
II.3.1. Увод	25
II.3.2. Описание на избраните изчислителни модели	25
II.3.3. Сравнителен анализ на получените резултати	27
II.3.4. Заключение и изводи	29
Глава III: Повърхнини на влияние на дискретни сферични куполи	30
III.1. Увод	30
III.2. Основни цели и задачи, свързани с изследването на повърхнините на влияние	30
III.3. Описание на избраните изчислителни модели	30
III.4. Сравнителен анализ на получените резултати	31
III.4.1. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.1	33
III.4.2. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.2	35
III.4.3. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.3	36
III.4.4. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.4	37
III.4.5. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.5	38
III.5. Прилагане на кинематичен метод за илюстриране на повърхнини на влияние	39

III.6.	Заклучение и изводи.....	39
	Глава IV: Изследване в гранично състояние. Комбинирани механизми на разрушение.....	40
IV.1.	Изследване на устойчивост. Видове неустойчиви форми при еднослойни куполи. Изследване в гранично състояние на купол К.3.....	40
IV.1.2.	Изследване в гранично състояние на избран мрежест купол при отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти.....	40
IV.1.3.	Анализ на получените резултати.....	41
IV.1.3.1.	I ^{БИ} случай на натоварване.....	41
IV.1.3.2.	II ^{РИ} случай на натоварване.....	43
IV.1.3.4.	IV ^{ТИ} случай на натоварване.....	44
IV.1.3.6.	VI ^{ТИ} случай на натоварване.....	45
IV.2.	"Комбинирани" механизми на разрушение на купол К.3.....	46
IV.2.1.	Описание на избрания изчислителен модел.....	46
IV.2.2.	Анализ на получените резултати.....	47
IV.2.2.1.	I ^{БИ} случай на натоварване.....	47
IV.2.2.2.	II ^{РИ} случай на натоварване.....	48
IV.2.2.4.	IV ^{ТИ} случай на натоварване.....	49
IV.2.2.6.	VI ^{ТИ} случай на натоварване.....	50
IV.3.	Заклучение и изводи.....	51
IV.4.	Загуба на устойчивост и механизми на разрушение на структурни конструкции.....	52
IV.4.1.	Изследване на структурни конструкции в гранично състояние.....	53
IV.4.2.	Анализ на получените резултати.....	55
IV.4.2.1.	Структурна конструкция модел С.1 - I ^{БИ} случай на натоварване.....	55
IV.4.2.4.	Структурна конструкция модел С.2 - I ^{БИ} случай на натоварване.....	55
IV.4.2.5.	Структурна конструкция модел С.3 - I ^{БИ} случай на натоварване.....	56
IV.4.2.7.	Структурна конструкция модел С.4 - I ^{БИ} случай на натоварване.....	56
IV.4.3.	Заклучение и изводи.....	57
	Глава V.....	58
V.1.	Анализ на еднослойни дискретни сферични куполи, подложени на сеизмично въздействие. Управление на динамичното им реагиране.....	58
V.1.1.	Описание на избраните изчислителни модели.....	58
V.1.2.	Сравнителен анализ на получените резултати.....	58
V.2.	Динамично изследване на куполни конструкции върху шестоъгълна основа с триъгълна морфология на структурната решетка.....	62
V.2.1.	Сравнителен анализ на получените резултати.....	62
V.3.	Динамично изследване на куполни прътови конструкции чрез три метода на комбиниране по координатни направления на ефектите от сеизмичното въздействие.....	66
V.3.2.	Описание на избраните изчислителни модели.....	66
V.3.3.	Сравнителен анализ на получените резултати.....	67
V.3.4.	Заклучение.....	68
V.4.	Изводи.....	68
V.5.	Анализ на двуслойни структурни конструкции, подложени на сеизмично въздействие....	70
V.5.1.	Описание на избраните изчислителни модели.....	70
V.5.2.	Анализ на получените резултати.....	70
V.5.3.	Изводи.....	72
	Заклучение.....	73
	Научни приноси от проведените изследвания.....	77
	Насоки за бъдещи изследвания.....	77
	Публикации, свързани с темата на дисертацията.....	78
	Декларация за самостоятелност.....	78
	Благодарности.....	78
	Използвана литература.....	79

Увод

В настоящия дисертационен труд ще бъдат изследвани пространствени прътови куполни системи и структурни конструкции. Пространствените прътови куполни системи се използват за покритие на обществени, културни и спортни зали с големи диаметри на основата. Ребрестите куполи принадлежат към класа покрития, които се характеризират със забележителен външен вид, максимално пространство при минимална повърхност и относително по-малко собствено тегло, съпоставени спрямо рамкови конструктивни пространствени системи. В зависимост от подпорното разстояние, те могат да бъдат еднослойни (с една структурна решетка) и двуслойни (с две структурни решетки, разположени в две ротационни повърхнини с различни радиуси и определящи конструктивната дебелина на купола). Съществуват множество решетъчни куполи при различна конфигурация на решетката.

Факторите, имащи съществено значение върху поведението на прътовите куполи, са:

1) Геометрични фактори: Основната форма на купола (черупката) – обикновено изборът на форма не е обусловен от конструктивни, а от архитектурни съображения; Гъстота на мрежата – основен параметър е радиуса на основата, височината и типа на приетата решетка.

2) Фактори на поведение: Геометрична и физическа (материална) нелинейност – отчитането им зависи от търсената точност при оценка на поведението на куполите и е абсолютно необходимо в стадий на гранично равновесие; Възлови съединения – обикновено се приема корава или ставна връзка между елементите, но в действителност, в зависимост от вида на конструктивния възел, най-често съществува частично еластично запъване (закоравяване) на конструктивния прътов елемент. Единствено фирмите – производители имат данни за стойността на пружинната константа от това еластично закоравяване, определена от експериментални лабораторни изпитвания.

Основните модели за изчисляване и изследване поведението на прътови куполи са:

А) Модел на еквивалентна ротационна черупка – голямата трудност е определяне на еквивалентните физически константи, които зависят предимно от конфигурацията на решетката. При този модел не могат да се отчетат реално споменатите фактори и това води до значителна разлика в поведението спрямо дискретните системи в порядъка на 20÷50%.

Б) Дискретен модел – куполните конструкции са предимно дискретни системи с голям брой възли и елементи, като в по-голяма степен те са статически неопределими системи, зависещи от възловите съединения на елементите, броят на прътите от решетката и опорните условия.

В) Експериментален модел – извършват се експериментални изследвания върху умалени модели в лабораторни условия. В този случай самите модели трябва мащабно да съответстват по вид, форма и характеристики на своя първообраз, т.е. на реалната куполна система.

Структурните конструкции (структурите) представляват пространствени мрежести системи с правилен равномерен (регулярен) строеж. В чуждестранната литература те носят името пространствени ферми (space truss). Структурните конструкции са многократно статически неопределими прътови системи и тяхното точно изчисление се извършва с помощта на програмни системи, като се отчитат специфичните начини на опирание и коравината на опорите. В етапа на вариантно проучване, както и за предварително определяне размерите на прътите и възлите, се използват различни приблизителни методи. За целта структурната конструкция се разглежда като пълностенна плоча с еквивалентна коравина. Моделите за изследване на структурни плочи се разделят на апроксимиращи и дискретни. При апроксимиращото моделиране цялата пространствена прътова система се заменя с еквивалентна на нея ортотропна тънка плоча с физически характеристики, съответстващи на действителната конструкция. Вторият изчислителен модел за структурните плочи като дискретна система е най-точен, тъй като напрегнатото им състояние се определя от краен брой независими параметри (възловите премествания). Структурните плочи са многократно статически неопределими системи, вследствие на големия брой излишни връзки в тях. Класическите методи за изчисляване на статически неопределими системи са доста трудоемки и неудобни. Огромният брой уравнения, които трябва да се съставят и решат, са неподходящи за ръчни изчисления, което налага използване на програмни системи.

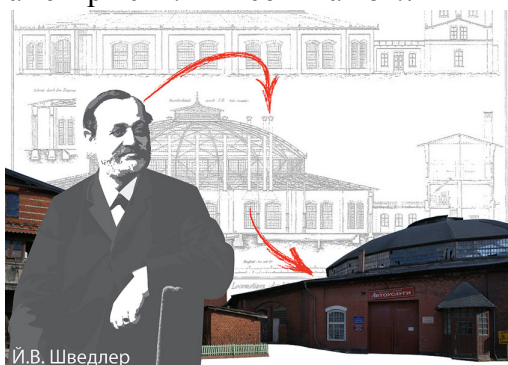
Огромна е броят на учените от цял свят, занимаващи се с проблемите при прътовите куполи. До голяма степен основните насоки за тяхното изследване са свързани с устойчивото поведение от статични и динамични товарни въздействия в условията на физична и геометрична нелинейност.

Глава I: Исторически преглед на развитие на пространствените прътови конструкции. Анализ на състоянието на проблема.

I.1. Исторически преглед на развитие на пространствените прътови конструкции.

Първата съвременна пространствена конструкция под формата на ребрест купол е била построена през 1811г. на Парижкия панаир. Куполът представлява ребреста конструкция, като ребрата са оформени от решетъчни ферми, разположени радиално. Връзката към опорния пръстен е ставна. В горния си край радиалните ферми се свързват с пръстен.

През втората половина на XIX век Шведлер, виж фиг. I.1, разработва куполно покритие от пръти със ставна връзка. В купола на Шведлер прътите се разполагат по меридианни и паралелни (пръстеновидни) направления. Между тях се поставят диагоналните елементи. Такива куполи са изградени в гр. Оукланд (Калифорния) и във Виена през 1874г. Техният диаметър е 60m. Шведлерови куполи се строят и в наши дни. Такъв е куполът в град Шарлот (Северна Каролина) с рекорден диаметър 101m и височина 18m.



фиг. I.1. Куполно покритие на Шведлер.



фиг. I.2. Куполно покритие на Фулер.

През 1882г. Фьопъл предлага система на звездообразен купол на основата на Шведлеровия купол. Разработва и метод за неговото изчисляване. Характерното за купола на Фьопъл, е че всички пръти, без пръстеновидните, са с еднаква дължина. Във втората половина на XX век този купол намира голямо приложение в строителната практика.

В началото на 20^{-те} години на XX век американският инженер Фулер, виж фиг. I.2, разработил купол, на който решетката е съставена от правилни (регулярни) шестоъгълници. Самата форма на купола наподобява структурата на "пчелна пита". В бившия СССР проф. Туполев, независимо от Фулер, разработва такава кристалинна структура на купол.

През 30^{-те} години на XX век проф. Гинсбург предлага двупоясни конструкции за многоотворни сводове и куполи.

През 40^{-те} години на XX век се появяват и покритията от плоски решетъчни системи. Френският инженер Льо Риколе построява първата дървена пресечно-прътова конструкция под наименование "структура". Нарича се така заради многократно повтарящите се "модули" или "кристали". През 1942г. Менгеринхаузен в Германия предлага първото конструктивно решение на стоманена структурна конструкция, а в последствие през 1945г. такава е доразвита от Ваксман в САЩ.

През 60^{-те} години на XX век се създават научни институти по цял свят, които имат за цел търсене на оптимални решения на пространствени прътови конструкции. Появяват се и първите методи за изчисляване на сложни статически неопределими системи с помощта на софтуерни продукти.

Силно развитие пространствените прътови конструкции получават през 70^{-те} години. Използват се при покрития на спортни зали, стадиони, изложбени павилиони, автосалони, покрити паркинги и гаражи, търговски обекти, покрити пазари, производствени сгради, хангари и други сгради и съоръжения с големи подпорни разстояния.

I.2. Структурни конструкции (структури).

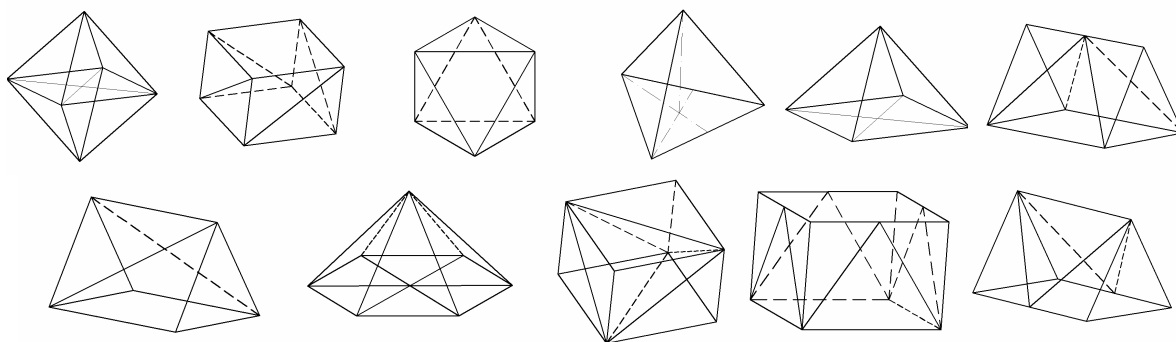
Структурните конструкции (структурите) представляват пространствени мрежести системи с правилен равномерен (регулярен) строеж. В чуждестранната литература те носят името

пространствени ферми (space truss). Названието „структури” е дадено от френския инженер Льо Риколе, който в началото на 40^{-те} години създава първата пространствена решетъчна конструкция от кръстосани ферми, съставена от къси дървени пръти.

Някои от предимствата на структурните конструкции са: единство между конструкция и архитектурна форма; възможност за покриване на разнообразни конфигурации при различни начини на опирание; по-голяма коравина в сравнение с равнинните системи; благоприятна работа при действие на концентрирани товари и при несиметрично натоварване; възможност за поточно изготвяне на унифицирани пръти и възли; удобно и лесно транспортиране на конструктивните елементи в предмонтажно състояние; просто и лесно сглобяване на терена и блоков монтаж на цялата конструкция в проектно положение; удобства при разполагане на покритието, инсталации и др.; повишена степен на сигурност при локална повреда, благодарение на многосвързаността на системата.

1.2.1. Основни видове структурни конструкции.

Изграждането на конструкции от многократно повтарящи се „кристали” се основава на законите на кристалографията, фиг. I.7. Получава се правилна равномерна геометрична структура (регулярна структура). С помощта на тези модули могат да се построят различни по вид структурни конструкции разгледани в [22], [24], [28], [32], [33] и [95]. Конструкциите, образувани от пресичането на ферми в различни направления, могат също да се разглеждат като конструкции, съдържащи подобни "кристали".



фиг. I.7. Видове елементарни "кристали" (модули).

Особеностите в работата на различните структури влияят върху избора на техните основни параметри и конструктивна система.

1.2.2. Избор на основни параметри.

Основните параметри на структурната конструкция, виж фиг. I.10, които трябва да се определят, са видът на поясните мрежи и тяхното взаимно разположение, конструктивната височина на решетъчната плоча и размерите на поясните клетки.

Конструктивната височина на структурната плоча h_s се определя от изискванията за гранична деформативност на покритието и от размерите на клетките в поясните мрежи. Обикновено височината на структурната плоча се приема $h_s = (1/15 \div 1/30)l$. Конструктивната височина на структурната плоча зависи и от условията на нейното опирание и от плановото очертание.

Минималната височина на структурната плоча $h_{s,\min}$ се определя от изискването за осигуряване на необходимата коравина. Определя се по формулата:

$$h_{s,\min} = 4\xi \frac{R_y}{\gamma_f E(1+\varphi)} \left[\frac{l}{f} \right] kl, \quad (I.1)$$

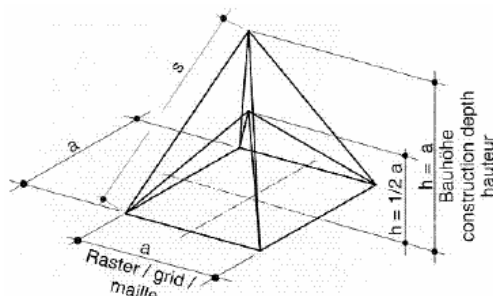
където:

γ_f – осреднен коефициент на сигурност при натоварване; φ – осреднен коефициент на изкълчване за натиснати пръти; ξ – коефициент, отчитащ формата на плочата и условията на подпиране; k – коефициент, отчитащ податливостта на решетката ($k = 1, 2 \div 1, 1$ за $h_s = (1/12 \div 1/24)l$).

Размерите на клетките от поясната мрежа a_s зависят от вида на покривната настилка (покрытие) и от възловите съединения. При изготвяне на структурни конструкции е целесъобразно да се унифицират дължините, затова:

$$\text{- за пентаедри - } a_s = \frac{h}{\cos 45^\circ} = 1,4142 h_s \quad (\text{I.2})$$

$$\text{- за тетраедри - } a_s = \frac{h}{\sin 54^\circ 44' 08''} = 1,2247 h_s. \quad (\text{I.3})$$



фиг. I.10. Избор на основни параметри.

I.2.3. Начин на опирание.

Разположението на опорите зависи от общото композиционно решение на сградата. Структурните конструкции позволяват да се извърши свободно подпирание в различни зони, където има възлови съединения.

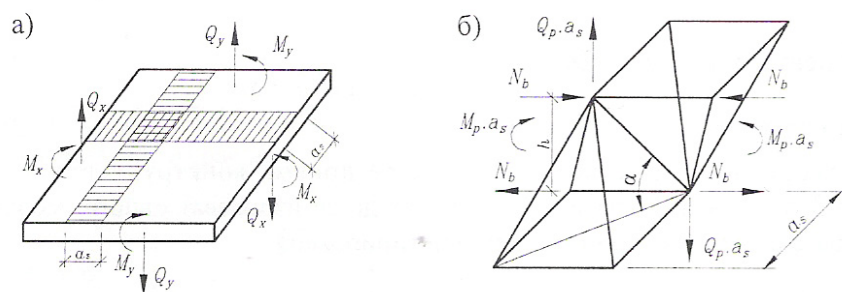
I.2.4. Приблизително изчисляване на структурните конструкции.

Структурните конструкции са многократно статически неопределими прътови системи и тяхното точно изчисление се извършва с помощта на програмни системи, като се отчитат специфичните начини на опирание и коравината на опорите.

В етапа на вариантното проучване, както и за предварително определяне размерите на прътите и възлите, се използват различни приблизителни методи, виж фиг. I.15. За целта структурната конструкция се разглежда като пълностенна плоча с еквивалентна коравина. За определяне на разрезните усилия в плочата (M_p , Q_p) се използват известни таблични решения.

След определяне на разрезните усилия в плочата се пристъпва към изчисляване на усилията в прътовата система, като се взема ивица с ширина a_s , равна на размера на клетката от поясната мрежа. Разпределените огъващ момент M_p и напречна сила Q_p от ивицата с ширина a_s се прилагат във вида на съсредоточени сили във възлите на кристала.

Усилията в поясите се получават от замяната на момента $M_p \cdot a_s$ с двоица сили с рамо, равно на височина на структурната конструкция h_s .



фиг. I.15. Приблизителен изчислителен модел на структурна конструкция.

За определяне на усилията в диагоналите се използва условието за равновесие на силите спрямо вертикалната ос. Получават се следните формули:

а) за структурни конструкции с поясна мрежа от квадратни клетки без допълнителни диагонали:

$$N_f = \pm M_p \frac{a_s}{h_s}; \quad N_d = -0,5 Q_p \frac{a_s}{\sin \alpha} \quad (\text{I.4})$$

б) за структурни конструкции с поясна мрежа от квадратни клетки с допълнителни диагонали:

$$N_f = \pm 1,1 M_p \frac{a_s}{h_s}; \quad N_d = Q_p \frac{a_s}{\sin \alpha} \quad (I.5)$$

в) за структурни конструкции с поясна мрежа от триъгълни клетки:

$$N_f = \pm 0,578 M_p \frac{a_s}{h_s}; \quad N_d = -0,5 Q_p \frac{a_s}{\sin \alpha} \quad (I.6)$$

Този метод е в полза на сигурността, но дава значителни отклонения спрямо точното решение (от 15% до 50%).

1.2.5. Изчислителни модели и методи за изчисляване.

Моделите за изследване на структурни плочи се разделят на апроксимиращи и дискретни. При апроксимиращото моделиране цялата пространствена прътова система се заменя с еквивалентна на нея ортотропна тънка плоча с физически характеристики, съответстващи на действителната конструкция. Съгласно [34] физичните характеристики се определят в зависимост от типа на образуващата решетка със следните формули:

- цилиндрична коравина на огъване:

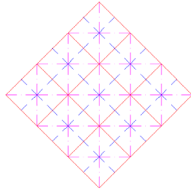
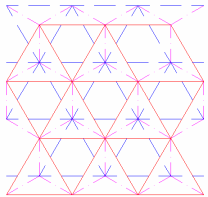
$$D = E \cdot A_{ms} \cdot b \cdot t g^2 \alpha \cdot K_1 \quad (I.7)$$

- цилиндрична коравина на усукване:

$$D_{yc} = E \cdot A_{ms} \cdot b \cdot t g^2 \alpha \cdot K_2 \quad (I.8)$$

В табл.1.1 от [34] коефициентите K_1 , K_2 и коефициента на Поасон са дадени за някои характерни структурни решетки.

Таблица 1.1 Коефициентите K_1 , K_2 и коефициента на Поасон ν за някои характерни структурни решетки.

	K_1	K_2	ν	ξ
	$\frac{1}{2\sqrt{2}(1+n)}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}(1+n)}$	1	3
	$\frac{\sqrt{3}}{4(1+n)}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}(1+n)}$	0.33	1

където: $n = \frac{A_{ms}}{A_{mi}}$

A_{ms} , A_{mi} са площите на напречните сечения на прътите по горния и долния пояс.

За приблизително изчисляване на разрезните усилия M_x , M_y , M_{xy} в структурните плочи се използва Метод на крайните разлики, който е подробно изяснен в [34] и от Leaderer в [71]. В [33] Трущев и съгласно [31] са дадени аналитични изрази и графики за определяне на огъващите моменти в зависимост от опорните условия както следва:

- в полето:

$$M_k = \alpha_k \cdot p \cdot l_k \cdot l_d \cdot 10^{-3}; \quad M_d = \alpha_d \cdot p \cdot l_k \cdot l_d \cdot 10^{-3} \quad (I.9)$$

- над опорите:

$$M_k = -\beta_k \cdot p \cdot l_k \cdot l_d \cdot 10^{-3}; \quad M_d = -\beta_d \cdot p \cdot l_k \cdot l_d \cdot 10^{-3} \quad (I.10)$$

- в крайните зони:

$$M_k = \gamma_k \cdot p \cdot I_k \cdot I_d \cdot 10^{-3}; \quad M_d = \gamma_d \cdot p \cdot I_k \cdot I_d \cdot 10^{-3} \quad (\text{I.11})$$

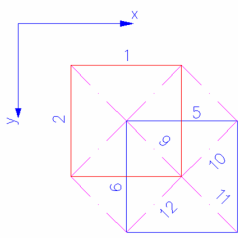
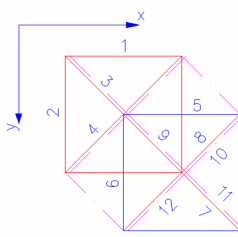
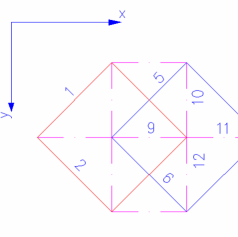
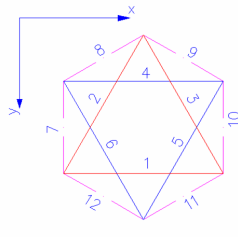
- опорни реакции

$$R = \psi \cdot p \cdot I_k \cdot 10^{-2}, \quad (\text{I.12})$$

където коефициентите α , β , γ и ψ се определят в зависимост от размерите на плочата и начина на подпиране.

Стойностите на нормалните усилия в прътите се изразяват чрез получените огъващи моменти и напречни сили, за всяка отделна структурна решетка, подробно описани от Даков в [24], Трущев в [33] и указание за проектиране [34]. За по-известните структурни решетки в табл.1.2 са дадени изразите за изчисляване на усилията в прътите.

Таблица 1.2. Изразите за изчисляване на нормалните усилия в прътите.

Тип на решетката	Нормални усилия в поясните клетки	Нормални усилия в диагоналните пръти
	$N_1 = -N_5 = -\frac{M_x \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \alpha}$ $N_2 = -N_6 = -\frac{M_y \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$N_{12} = -N_{10} = -\frac{(Q_x - Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$ $N_9 = -\frac{(Q_x + Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$ $N_{11} = \frac{(Q_x + Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$
	$N_1 = -N_5 = -\frac{\sqrt{2}(M_x - \nu M_y)}{(1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha}$ $N_2 = -N_6 = -\frac{\sqrt{2}(M_y - \nu M_x)}{(1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha}$ $N_3 = -N_7 = -\frac{(M_x + M_y) \nu - (1 + \nu) M_{xy}}{(1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha}$ $N_8 = -N_{10} = -\frac{(M_x + M_y) \nu + (1 + \nu) M_{xy}}{(1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha}$	$N_{12} = -N_{10} = -\frac{(Q_x - Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$ $N_9 = -\frac{(Q_x + Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$ $N_{11} = \frac{(Q_x + Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$
	$N_1 = -N_5 = -\frac{\sqrt{2}(M_x + M_{xy})}{\operatorname{tg} \alpha}$ $N_2 = -N_6 = -\frac{\sqrt{2}(M_y - M_{xy})}{\operatorname{tg} \alpha}$	$N_{12} = -N_{10} = -\frac{Q_y \cdot b}{\sqrt{2} \cdot \sin \alpha}$ $N_9 = -\frac{Q_x \cdot b}{\sqrt{2} \cdot \sin \alpha}$ $N_{11} = \frac{Q_x \cdot b}{\sqrt{2} \cdot \sin \alpha}$
	$N_1 = -N_4 = -\frac{3M_x - M_y}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ $N_2 = -N_5 = -\frac{M_y + M_{xy} \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \alpha}$ $N_3 = -N_6 = -\frac{M_y - M_{xy} \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$N_7 = N_{10} = -\frac{Q_y \cdot b}{\sin \alpha}$ $N_8 = N_{11} = -\frac{(Q_x \sqrt{3} - Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$ $N_{12} = \frac{(Q_x \sqrt{3} + Q_y) \cdot b}{2 \cdot \sin \alpha}$

Вторият изчислителен модел за структурните плочи като дискретна система е най-точен, тъй като напрегнатото им състояние се определя от краен брой независими параметри (възловите премествания). Структурните плочи са многократно статически неопределими системи, вследствие на големия брой излишни връзки в тях. Класическите методи за изчисляване на статически неопределими системи са доста трудоемки и неудобни. Огромният брой уравнения, които трябва да се съставят и решат, са неподходящи за ръчни изчисления, което налага използване на програмни системи. Като основен метод за изчисление на непрекъснати и дискретни системи през последните две десетилетия се наложи МКЕ (Метод на крайните елементи) - достатъчно точен и ефективен метод. На базата на този метод се създадоха много софтуерни програми за тримерен статико-динамичен и стабилитетен анализ на конструкциите.

I.2.6. Изследване на устойчивост и гранично равновесие.

В [66] и [67] Malla и Serrete са направили подробен обзор на състоянието и насоките при статическо, динамично и стабилитетно изследване на двуслойни структурни системи. Те обръщат особено внимание на факторите и явленията, влияещи върху стабилитетното поведение, както на отделният елемент, така и върху на цялата конструкция, в по-голямата си част аналогични с тези при прътовите куполи:

- по отношение на елементите: нецентрично натоварване, стройност, геометрични отклонения, податливост на възловите съединения в двата края, влияние от преразпределяне на усилията, вследствие на един или няколко дефектирали пръта (загубили своята носимоспособност), следкритично поведение;

- по отношение на цялата конструкция: вид и гъстота на решетката в структурната плоча, геометрични отклонения и физическа нелинейност, поддаване на опори, локална повреда или загуба на пръти, поведение на възловите съединения, начин на подпиране, наличие на корав подов или покривен диск;

- по отношение на натоварването: статично симетрично или несиметрично, шахматно, динамично натоварване от окачени подвижни товари (напр. електротелфери, вентилатори и др. вибрационни машини), земетръсно и ветрово въздействие, температурни промени.

За определяне на граничната носимоспособност, авторите посочват два вида гранични състояния при изследване на структурни конструкции:

- експлоатационен граничен товар, при който конструкцията все още изпълнява своето функционално предназначение;

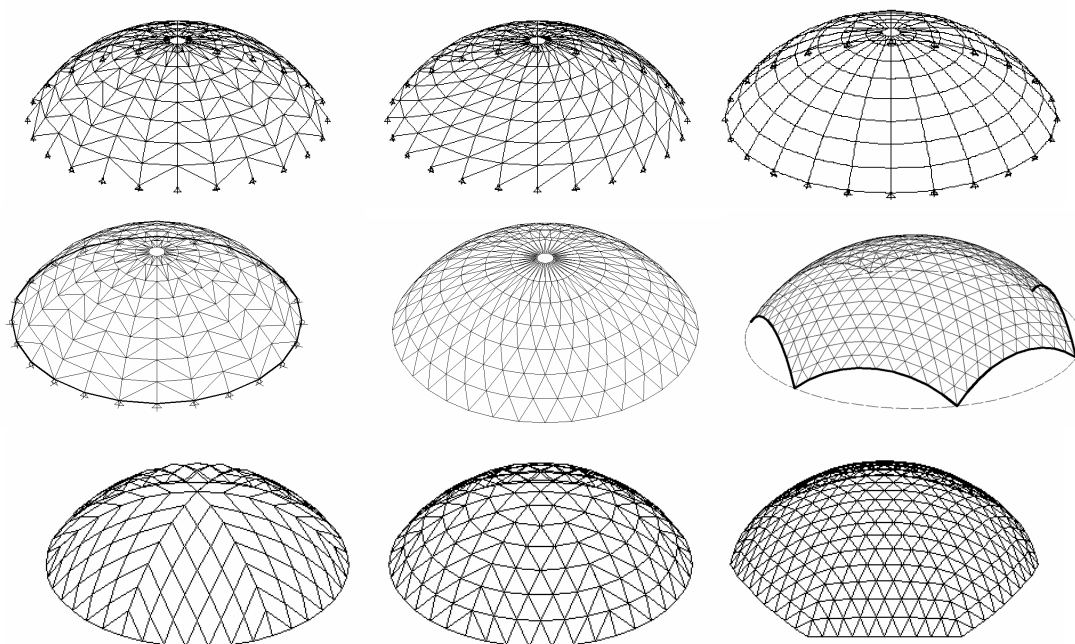
- разрушителен граничен товар, който причинява разрушение на цялата конструкция.

Темата за статичен нелинеен анализ на пространствени прътови системи по МКЕ е дискутиран от Malla в [66], Smith в [68], Vasek в [70] и McConnel, See в [86]. Аналитични и експериментални изследвания в областта на двуслойните структурни плочи са правени от много автори, посочени в литературния обзор на [65] и [66], както и от Brodka, Chehlowski, Kowal, Grudka, Lubinski в [85]. У нас експериментални изследвания на структурни конструкции тип "МАрхИ" са правени от колектив от НИСИ, а така също и в експерименталната лаборатория на УАСГ под ръководството на проф. Даков.

I.3. Ребристи и решетъчни прътови куполи.

I.3.1. Основни видове пространствени прътови куполни системи.

Пространствените прътови куполни системи се използват за покритие на обществени, културни и спортни зали с големи диаметри на основата.



фиг. I.17. Видове прътови куполни конструкции.

Ребрестите куполи принадлежат към класа покрития, които се характеризират със забележителен външен вид, максимално пространство при минимална повърхност и относително по-малко собствено тегло, съпоставени спрямо рамкови конструктивни пространствени системи. Съществуват множество решетъчни куполи при различна конфигурация на решетката. Някои от тях са показани на фиг. I.17.

По конфигурация на образуващата конструктивна решетка прътовите куполи се делят на ребрести с поясни пръстени и решетъчни.

Ребрестите куполи се образуват от радиално разположени ребра (пръти) по меридианните линии на ротационната повърхнина и пръти по паралелните линии, оформящи поясните (етажните) пръстени. Ребрата могат да бъдат както от профилни или пълностенни елементи, така също и от решетъчни ферми. Опирането на ребрата може да бъде ставно долу и с ключов пръстен в горния край. Ребрестите куполи са разпорни системи, като най-целесъобразно за поемане на хоризонталните (разпорни) сили е да се конструира опорен пръстен върху радиално подаваеми опори. Разпорната сила се поема от този опорен пръстен или от пространствено-прътова опорна конструкция, която в план има форма на окръжност или многоъгълник.

Геометричното композиране при решетъчните (мрежести) куполи е най-разнообразно. При тях структурната решетка се оформя най-често от триъгълници, които се определят както от гъстотата и разположението на възлите, така и от вариантите на тяхното свързване.

I.3.3. Фактори, влияещи върху напрегнатото и деформирано състояние.

Някои фактори имат съществено значение върху поведението на прътовите куполи. Те са описани от Giongu в [39]. По-важните са:

А) Геометрични фактори:

- Основната форма на купола (черупката) - обикновено изборът на форма не е обусловен от конструктивни, а от архитектурни съображения.

- Гъстота на мрежата - основен параметър е радиуса на основата, височината и типа на решетката.

Б) Фактори на поведение:

- Геометрична и физическа (материална) нелинейност - отчитането им зависи от търсената точност при оценка на поведението на куполите и е абсолютно необходимо в стадий на гранично равновесие.

- Възлови съединения - обикновено се приема корава или ставна връзка между елементите, но в действителност, в зависимост от вида на конструктивния възел, най-често съществува частично еластично запъване (закоравяване) на конструктивния прътов елемент. Единствено фирмите - производители имат данни за стойността на пружинната константа от това еластично закоравяване, определена от експериментални лабораторни изпитвания.

I.3.4. Изчислителни модели и изчислителни проблеми.

Основните модели за изчисляване и изследване поведението на прътови куполи са:

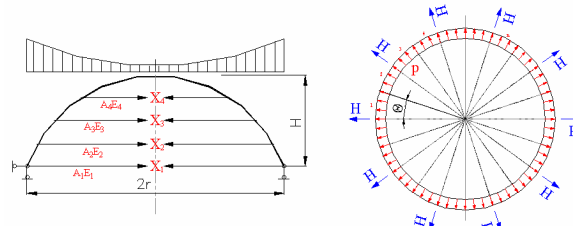
А) Модел на еквивалентна ротационна черупка - голямата трудност е определяне на еквивалентните физически константи, които зависят предимно от конфигурацията на решетката.

Б) Дискретен модел - пространствено прътовите конструкции са предимно дискретни системи с голям брой възли и елементи, като в по-голяма степен те са статически неопределими системи, зависещи от възловите съединения на елементите, броят на прътите и опорните условия.

В) Експериментален модел - извършват се експериментални изследвания върху умалени модели на куполи в лабораторни условия. В този случай самите модели трябва мащабно да съответстват по вид, форма и характеристики на своя първообраз, т.е. на реалната структурна система.

I.3.5. Приблизително изчисляване на ребрести куполи.

Изчисляването се извършва при статическа схема – равнинна дъга с условни обтегачи на нивото на поясните пръстени, виж фиг. I.19. Площта на напречното сечение на условния обтегач се определя от приравняване на деформациите в пръстена с деформациите в условен обтегач от $F=I$. Това подробно е описано в [29].



фиг. I.19. Геометрични параметри на прътови ребрести куполи.

1.3.6. Приблизително изчисляване на решетъчни куполи с триъгълна структурна решетка.

1.3.6.1. Определяне на еквивалентните физически характеристики.

В [26] Липницкий дава зависимости за изчисляване на еквивалентните физически характеристики, определени въз основа на деформациите на прътите, образуващи равностранна триъгълна клетка. Някои от тях са описани в [60], [73], [82] и [83].

$$E'_x = E'_y = E' = \frac{2E.A}{\sqrt{3}lt'}, \quad G' = \frac{\sqrt{3}.E.A}{4lt'}, \quad t' = 2\sqrt{3}i_r, \quad \nu'_x = \nu'_y = \frac{1}{3}. \quad (I.18)$$

E - модул на еластичност, E'_x, E'_y - приведени модули на еластичност по направления, ν - коефициент на Поасон, ν'_x, ν'_y - приведени коефициенти на Поасон по направления, G' - приведен модул на напречни деформации, t' - приведена дебелина на заместващ гладък купол; l - дължина на елементите.

1.3.6.2. Определяне на усилията в еквивалентна сферична непрекъсната черупка.

За приблизително изчисляване на решетъчни куполи е залегнала безмоментовата теория на ротационните черупки от теорията на еластичността. Определянето на меридианните и пръстеновидни усилия се извършва по следните изрази, посочени в [29] и [33]:

а) От собствено тегло:

$$\begin{aligned} T_1 &= -g \frac{R^2}{R+y} = -g \frac{R}{1+\cos\varphi}, \\ T_2 &= -R.g \left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi} \right) = -g \frac{y^2 + yR - R^2}{y+R}, \\ y &\approx 0.618R \rightarrow T_2 = 0, \\ y &= R \rightarrow T_1 = T_2 = -g \frac{R}{2}. \end{aligned} \quad (I.20)$$

б) От снегово натоварване:

$$\begin{aligned} T_1 &= -q \frac{R}{2}, \\ T_2 &= -\frac{qR}{2} \cos\varphi, \\ y &\approx 0.707R \rightarrow T_2 = 0. \end{aligned} \quad (I.21)$$

Аналогично за случай на несиметрично натоварване от сняг върху едната половина на купола в [26] е показано, че товарът се изменя по закона:

$$p(\varphi) = p_o \cos\varphi. \quad (I.22)$$

в) От ветрово натоварване:

$$\begin{aligned} T_1 &= q_o.R \frac{\cos\varphi}{\sin^3\varphi} \left(\frac{2}{3} - \cos\varphi + \frac{1}{3}\cos^3\varphi \right) \sin\theta, \\ T_2 &= q_o.R \left[\sin\varphi - \frac{\cos\varphi}{\sin^3\varphi} \left(\frac{2}{3} - \cos\varphi + \frac{1}{3}\cos^3\varphi \right) \right] \sin\theta. \end{aligned} \quad (I.23)$$

Съответно усилията в прътите в меридианно и пръстеновидно направление се определят от следните изрази:

$$\text{- в меридианно направление: } N_1 = \frac{T_1.a}{2.\cos\alpha}, \quad (I.24a)$$

- в паралелно направление: $N_2 = T_2 \cdot b$. (1.246)

Тези формули имат смисъл при предварително оценяване на очакваните усилия в черупката от външно въздействие и варианти за избор или регулиране на топографско разположение на възлите.

1.3.8. Изследване на устойчивост. Видове неустойчиви форми при еднослойни куполи.

Изследване на устойчивото поведение на прътовите куполи е неизменна част от тяхното проектиране, изчисляване и оразмеряване. Осигуряването на тяхната стабилност и надеждност води до провеждане на многобройни изследвания и експериментални изпитвания от учени по цял свят. Причина за това е големият брой случаи на разрушени прътови куполи, вследствие на загуба на устойчивост от товар значително по-малък от критичния за системата. В [39] и [40] Gioncu описва подробно състоянието на проблемите при изследване на стабилитетното поведение на еднослойни решетъчни куполи. За решаване на задачата за устойчивост се приемат два изчислителни модела: апроксимираща аналогия с непрекъсната черупка с еквивалентни физически характеристики за дискретна система и реална дискретна система. Някои важни изследвания в тази област са направени от Sumec в [61]. С бурното развитие на ефективните софтуерни програми, дискретните системи се прилагат като основни изчислителни модели за изчисляване на равнинни и пространствени непрекъснати конструкции.

В това изложение формулите са представени в оригинал, поради което за една и съща величина се срещат различни означения.

Gioncu посочва четири основни фактора, които имат особено важно значение върху стабилитетното поведение:

- 1) формата на мрежестата черупка;
- 2) конструктивното композиране на мрежестата структура: триъгълна или четириъгълна;
- 3) геометрични и физически характеристики на отделния конструктивен елемент;
- 4) категория на възловото съединение: заваряемо, болтово или специално механично съединение.

Основната задача при стабилитетно изследване на прътови куполи е определяне на критичния параметър на натоварване, като при решението се използват трите теории за равновесните състояния:

1) теория от първи ред: уравненията за изследване на устойчивостта се записват върху недеформирана схема на системата (хомогенна система).

2) теория от втори ред: уравненията за изследване на устойчивостта се записват върху деформирана схема на системата, но преместванията са малки в сравнение с размерите на системата.

3) теория от трети ред: уравненията за изследване на устойчивостта се записват върху реалната деформирана схема на системата при всякаква големина на преместванията.

По теория от I ред загубата на устойчивост е съпроводена с бифуркация на равновесните форми, а съответният критичен товар в чуждестранната литература е известен като "бифуркационен". По теория от II и III ред критичният товар се определя от граничната точка, при която коравината на системата се е изчерпила, т.е. равна на нула. При тях е възможно да се проследи предкритичното поведение, но единствено теорията от III ред дава представа за следкритичното поведение на системата.

За изчисляване на критичното натоварване по теория от II и III ред е необходимо натоварването да се разглежда като процес и на всяка товарна стъпка равновесните условия се записват спрямо деформирано състояние на конструкцията. Основните итеративни методи за изчисляване на геометрично нелинейни системи са дадени в [4], [5], [6], [7] и [8].

В [39] са илюстрирани и други итеративни методи предимно свързани с следкритичното поведение като: метод за контрол по преместванията (Displacement Control Method), метод чрез дъговата дължина (Arc-Length Method) - процесът на изследване на този метод е подробно показан в [89].

В [40] Balut разглежда няколко стъпки при изследване на устойчивост:

- определяне на кой вид нелинейност е необходима да се използва: геометрична нелинейност с еластичен анализ или геометрична и физическа нелинейност с еластично-пластичен анализ;

- избор на физически модел: дискретна система или еквивалентен непрекъснат модел;
- избор на изчислителен модел и изчислителна процедура за нелинейното изследване на предкритичното и следкритично поведение.
- отчитане на факторите, влияещи върху носимоспособността: гъстота на решетката, геометрични и механични отклонения, пластични деформации, коравина на възлите, разпределение на товарите.

Gioncu в [39] и [40] след подробен анализ посочва основните неустойчиви форми при еднослойните решетъчни куполи както следва:

1) Неустойчивост на прътов елемент - отделен елемент става неустойчивост или е изключен от работа, но конструкцията продължава да работи. До голяма степен върху загубата на устойчивост на самия прът оказва влияние геометричните отклонения. Тук възниква следния въпрос: Да се отчита ли влиянието на този елемент върху поведението на конструкцията? Отговорът зависи от следкритичното поведение на елемента. В повечето случаи, всички елементи, свързани с неустойчивия елемент, му оказват стабилизиращо действие. От основно значение е да се осигури непрекъснатост от елементи, особено важни при поясни пръстени на куполи и надлъжни пръти при цилиндрични черупки.

2) Локална (местна) загуба на устойчивост:

а/ Недопустимо възлово отклонение на един възел или група възли – заключава се в продънване на даден възел при допустимо натоварване и най-голямо отклонение от изходната повърхност към центъра на кривината, известно още като явлението "хлътване" при сферичните черупки. Това изисква изследване на следкритичното поведение на системата. Доста чуждестранни учени са на мнение, че това води до разрушение на конструкцията. Основни случаи за поява на това явление са, когато един възел е най-натоварен в сравнение със съседните на него възли, когато група възли са еднакво натоварени, но при един от тях се наблюдава значително отклонение от началната геометрия. В този случай се говори за чувствителност на конструкцията към възлови отклонения.

б/ Недопустимо линейно възлово отклонение - наблюдава се когато всички възли по дадено направление (меридианно или паралелно) са значително по-натоварени от съседните. Това поведение е подобно на първото.

в/ Обща неустойчивост - простира се върху голяма площ от структурата, включваща няколко елемента и възли.

г/ Съчетана неустойчивост - среща се когато стойността на критичния товар кореспондира на две отделни неустойчиви форми (обикновено на възлова и прътова неустойчивост).

Като обща характерна особеност при еднослойните полегати решетъчни куполи е изразеното нелинейно поведение с прогресивно намаляваща коравина.

Огромен е броят на учените от цял свят, занимаващи се с проблемите при прътовите куполи. До голяма степен основните насоки за тяхното изследване са свързани с устойчивото поведение от статични и динамични товарни въздействия в условията на физична и геометрична нелинейност.

Резултатите, които авторите обобщават, показват чувствителна разлика в поведението на куполите при линеен и нелинеен анализ, като граничният товар за купол с геометрични отклонения е доста по-малък от такъв с идеална геометрия. Моделът на възловите съединения също влияе върху поведението на системата.

1.3.8.2. Формули за определяне на критичното натоварване за прътови куполи с регулярна триъгълна решетка.

Липницкий е показал приблизителни формули за определяне на критичното натоварване на куполи с решетка, съставена от правилни (равностранни) триъгълници в [26]. В [22] Беленя предлага равномерно разпределеното критично натоварване да се изчислява по:

$$q_{cr} = 4,9 k_2 E A \frac{i_p}{l R^2}, \quad (I.58)$$

където: E - модул на еластичност, i_p - инерционен радиус на елемента, R - радиус на сферичната повърхнина, A - напречно сечение на елемента, l - дължина на елемента, k_2 - коефициент отчитащ началните несвършени форми (от графика).

В [61] Sumes дава следния аналитичен израз:

$$q_{cr} = \frac{2EA}{a.R^2} \sqrt{77(3-\nu)} \frac{I}{A}, \quad (I.59)$$

където: a - вътрешно разстояние между прътите от решетката, ν - коефициент на Поасон, I - инерционен момент на сечението.

В същия специализиран източник е дефинирана горна и долна граница на критичното натоварване:

$$q_{cr} = \beta.E \left(\frac{A}{a.R^2} \right) - \text{горна граница}, \quad (I.60)$$

$$q_{cr} = \beta.E \left(\frac{A}{a.R^2} \right) \cdot \chi - \text{долна граница}, \quad (I.61)$$

χ - коефициент, отчитащ началните геометрични отклонения (от графики), β - коефициент, отчитащ геометричните характеристики на решетката.

Други аналитични формули за критичното натоварване могат да се намерят в [82].

Относно определяне стойността на критичния възлов товар в [83] са дадени следните формули:

$$P_{cr} = \frac{2E_e}{\sqrt{3(1-\nu_e^2)}} \cdot \left(\frac{t_e}{R} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}I_o^2}{2}, \quad \text{където:} \quad (I.65)$$

$$E_e = \frac{E.A_e}{3.I_o.i_o}, \quad i_o = \sqrt{\frac{I_p}{A_e}}, \quad t_e = 2\sqrt{3}i_o, \quad \nu_e = 1/3.$$

При отчитане на податливостта в краищата на елементите формулата добива следния вид:

$$P_{cr} = \frac{2E_e}{\sqrt{3(1-\nu_e^2)}} \cdot \left(\frac{t_e}{R} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}I_o^2}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{\lambda_o.\theta_o\sqrt{1+2/k}} \cdot EA_e\theta_o^3, \quad \text{където:} \quad (I.66)$$

$$I_e = \frac{I_p}{1+2/k}, \quad i_o = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}}, \quad t_e = 2\sqrt{3}i_e,$$

E_e - еквивалентен еластичен модул, t_e - еквивалентна дебелина на черупката, I_e - еквивалентен инерционен момент с отчитане податливостта на възлите, i_e - еквивалентен инерционен радиус, A_e - напречно сечение на елемента.

Като характеристика на коравината на еднослоен регулярен решетъчен купол в [48] и [49] авторите въвеждат параметъра:

$$S = \frac{L}{\sqrt{R}} \sqrt[4]{\frac{K}{D}}, \quad (I.67)$$

$$K = \frac{3\sqrt{3}}{4L} EA, \quad D = \frac{\sqrt{3}}{4L} (3EI + GJ),$$

където: $S = 1,8 \div 4,1$; K, D - еквивалентна мембранна и огъвна коравина на купола; R - радиус на купола,

L - дължина на елемента от решетката.

На базата на този параметър, при различна гъстота на решетката, те сравняват стойностите на критичния товар при линейно и нелинейно решение и на тази основа дават следния израз за критичния товар:

$$q_{cr} = 4C.E \frac{\sqrt{AI}}{R^2.L}, \quad (I.68)$$

където $C = 0,9$ при $S = 1,8 \div 3,5$.

В границата $S = 3,2 \div 4,1$ (при голяма гъстота на мрежата) отношението $\frac{q_{cr}^{lin}}{q_{cr}^{non}} = 1$.

При отчитане влиянието на начални несъвършенства (геометрично отклонена форма) на купола чрез параметъра $\delta = g/h$, той се приема в границата $0,05 \div 0,4$, а коефициентът C е в интервала $(0,4 \div 0,5)$.

По-голяма част от тези аналитични изрази са предложени при експериментални изследвания, и аналитично изведени за еквивалентна непрекъсната сферична черупка, съпроводени с графично

представени корекции, в зависимост от геометричните параметри при отчитане влиянието на началните несъвършенства. Но те са валидни за еднослойни куполи, чиято решетка е съставена от елементи, образуващи равностранна триъгълна клетка.

Появата на нови числени методи и софтуерни програми по МКЕ дава възможност за определяне на критичното натоварване в условията на геометрична и физическа нелинейност при вариация от гранични условия и товарни въздействия. До голяма степен експериментални опитни резултати спомагат за по-точното компютърно моделиране на реални елементи и конструктивни системи. В много страни връзката изчислителен модел- експериментален модел е взаимосвързана и необходима.

1.3.9. Динамичните характеристики.

Динамичните характеристики, като собствени честоти и форми на трептене, са важни показатели за изследване на конструкциите на сеизмични въздействия. Тези характеристики са необходими и за проследяване на реагирането на конструкцията от приложени други динамични товари и при изчисляване на амплитудните стойности на преместванията и разрезните усилия, било във вид на спектрален анализ, анализ от хармоничен товар или анализ чрез приети акселограми на въздействието (*Time History Analysis*).

Намирането на собствените честоти, периоди и форми на трептене за системи с една, две и краен брой степени на свобода е описано в много специализирани източници и учебни помагала. За намирането на динамичните характеристики в системи с безкраен брой степени на свобода е рационално използването на изчислителна техника и софтуерни програми за решаване по МКЕ. За определяне на динамичните характеристики най-разпространен и заложен в изчислителните програми е модалният анализ (*modal analysis*). В сила е следната матрична зависимост:

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0, \quad (1.70)$$

известна като основното уравнение на честотите, където $[K]$ е матрица на коравина, $[M]$ е матрица на масите. Броят на реалните корени ω_i на уравнението съвпада със степените на свобода на системата. Определянето на собствените честоти и форми на трептене е задача за намиране на собствени числа и вектори. Собствените кръгови (циклични) честоти и периоди се намират с известните от динамиката формули:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}, \quad T_i = \frac{1}{f_i} = \frac{2\pi}{\omega_i}, \quad (1.71)$$

където: ω_i - собствена кръгова честота, брой трептения / $2\pi s$; T_i - период на трептене, s ; f_i - естествена честота, s^{-1} .

Определянето на собствените вектори на формата v_i става чрез линейната система хомогенни алгебрични уравнения:

$$(K - \omega^2.M)\vec{v} = 0 \quad (1.72)$$

след заместване последователно в нея на собствените кръгови честоти ω_i ($i=1, 2, 3, \dots$).

Поради факта, че системата има безброй много решения се определят съотношенията между неизвестните компоненти на векторите v_i . Тази операция е известна като нормиране на собствените вектори на формата. Обикновено се задава $v_{ii}=1$, след което се определят останалите неизвестни v_{ki} .

Сеизмичният анализ на конструкцията включва модален и спектрален анализи. На ниво модален анализ се получават динамични характеристики като собствените форми на трептене на конструкцията и кореспондиращите им периоди и естествени честоти. Тези характеристики са необходими и за проследяване на реагирането на конструкцията от приложени други динамични товари и при изчисляване на амплитудните стойности на преместванията и разрезните усилия, било във вид на спектрален анализ, анализ от хармоничен товар или анализ чрез приети акселограми на въздействието (*Time History Analysis*). На този етап се контролира коефициентът на ефективна модална маса, показател за достатъчност на приетия брой форми на трептене в анализа. Проверката за достатъчност на тези форми се извършва по формулата:

$$\zeta_n = \frac{\sum_{i=1}^n \overline{M_i}}{M_{total}} \leq 1, \quad (I.73)$$

където: ζ_n - показател за ефективна модална маса, $\overline{M_i}$ - сума от ефективните модални маси за всичките n собствени форми, използвани в анализа, M_{total} - обща маса на конструкцията.

Изискването е този показател да е по-висок от 95% при равнинни и 90% при пространствени изчислителни модели. Той може да не бъде изпълнен и при отчитане на значителен брой форми, ако преобладават ротационни или т.нар. локални форми на трептене. Ето защо, от особено важно значение за желаното динамично поведение на конструкцията е подходящата композиция на елементите, с които се поемат сеизмичните сили.

Ако проверката за достатъчност на отчетените собствени форми на трептене не е удовлетворена, може да се увеличи броят на формите или да се направи т.нар. статична корекция. Тя се основава на допълнителни статични сили, съответстващи на съотношението между „неотчетената“ (липсваща) и общата маса. Използването на статичната корекция не гарантира 100% участие на масите като модална изчислителна характеристика, но все пак дава по-достовърни резултати за динамичното реагиране. Липсващата маса може да се разбира като сбор от масите, при чието активиране се пораждат неотчетените форми.

Модалният спектрален анализ завършва с избор на адекватна методика за комбиниране по форми на трептене. За целта се използват следните зависимости:

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_i^2}, \quad (I.74)$$

където: R_i - стойност на дадена величина, изчислена за i -тата форма на трептене, R - окончателна стойност на търсена величина.

Методът, основан на зависимост (I.74), се нарича *метод на средното квадратично комбиниране (SRSS метод)*. Той дава задоволителни резултати при регулярни в план и по височина конструкции, при които не са налице близки по стойност собствени честоти. Такъв спектър на честотите се получава при използването на опростени и равнинни изчислителни модели. Друг често прилаган метод е *методът на пълното квадратично комбиниране (CQC метод)*:

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} R_i R_j}, \quad (I.75)$$

където: R_i, R_j - стойности на дадени величини, изчислени за i -тата и j -тата форма на трептене, ρ_{ij} - корелативни коефициенти или коефициенти на взаимодействие на формите.

Този метод се използва при пространствени или по-сложни равнинни модели, когато са налице близки или съвпадащи периоди на собствени трептения.

На ниво спектрален анализ се задава самото сеизмично въздействие с независими една от друга компоненти (по направления X , Y и Z). На този етап трябва коректно да се избере и методът за комбиниране по координатни направления. В Наредба РД-02 се препоръчва метода SRSS (корен квадратен от сумата на квадратите), който при две направления е на практика Питагорова теорема. Записва се във вида:

$$N_j = \sqrt{(N_j^x)^2 + (N_j^y)^2}, \quad (I.76)$$

където: N_j - усилие в сечение j , използвано за оразмерителни цели, N_j^x - усилие в сечение j , получено от действието на сеизмичните сили по ос x , т.е. от прилагането на спектър по това направление, N_j^y - усилието в сечение j , получено от действието на сеизмичните сили по ос y , т.е. от прилагането на спектър по това направление.

Може да се обобщи, че реалистичността на сеизмичния анализ по спектрален метод зависи от броя на отчетените собствени форми на трептене, както и от приетите методи за комбиниране на модалните приноси и за комбиниране по координатни направления.

I.4. Изводи.

Въз основа на направения литературен обзор, може да се каже, че изследването на пространствените прътови конструкции представлява интерес за учените от цял свят. За това свидетелства големият брой публикации и статии в специализирани научни издания, като: Journal of Space Structures, Proceedings of IASS, Journal of Structural Engineering и др.

В нашата строителна практика прътовите куполи и структурните конструкции въобще не заемат това място, което заслужават. Това се дължи на сравнително малкото познания относно действително поведение на различните видове пространствени системи в монтажно и експлоатационно състояние.

В много литературни източници са показани апроксимиращи модели, както и алгоритми за приблизителни изчисления на пространствени прътови конструкции. Те не обхващат влиянието на някои фактори и явления, но използването им е в полза на сигурността. Разликата между приблизителното и точното решение обикновено варира в границите на 20÷50%. Приблизителните изчисления могат се използват за предварителни и предпроектни проучвания, с цел определяне приблизителните параметри. Те от своя страна обаче изискват доста труд и време.

Наличието на много програмни продукти за пространствен статико–динамичен анализ на конструкциите дава възможност те не само да се моделират по-бързо и точно, но и по-задълбочено и вариантно.

Програмни продукти като ANSYS, SAP2000, ABAQUS, TOWER и много други дават възможности за детайлно анализиране на напрегнатото и деформирано състояние на различни видове пространствени системи при линейно и нелинейно изследване в условията на геометрична нелинейност на елементи от конструкцията и физическа нелинейност за материала. По този начин би могло да се даде качествена оценка на тяхната ефективност и рационални решения по отношение на самата конструкция.

Изследването на пространствените прътови конструкции е итеративен процес, зависещ от голям брой параметри и фактори, които трябва да се прецизират и да се отчетат.

I.5. Основни цели и задачи на дисертацията.

Въз основа на направения литературен обзор и очертаните в него перспективни направления са формулирани следните проблеми за изследване:

1. Да се установи влиянието на вида на решетката при минимизиране на усилията в меридианни, поясни и диагонални пръти, и възловите премествания при изменение на централния полуъгъл α .

2. Да се оптимизират теглата на куполите във функция на централния полуъгъл α при фиксиран тип решетка.

3. Да се построят повърхнини на влияние за типови пръти от решетката на различни куполи и да се въведат оценъчно-количествени показатели за изменението на усилията в тях при различна конфигурация на структурната решетка.

4. Стабилитетното изследване да се реализира чрез използване на повърхнините на влияние за получаване на локални механизми на разрушение. Да се изследва граничното състояние на прътови куполи при изключване на пръти, изчерпили носимоспособността си.

5. Да се проведе динамично изследване на прътовите куполи. Да се определят собствените честоти, периоди и форми на трептене при различни типове решетка и подпиране на опорния пръстен. Да се извършат модални и спектрални анализи, като се обобщят динамичните характеристики.

6. Да се изследва устойчивостта на различни модели на структурни конструкции в зависимост от начина на подпиране при моделиране чрез изключване на пръти, изчерпили носимоспособността си и при използване на повърхнини на влияние за съсредоточаване на външното натоварване.

7. Да се проведе динамично изследване на различни модели на структурни конструкции. Да се определят собствените честоти, периоди и форми на трептене при различни начина на подпиране. Да се извършат модални и спектрални анализи, като се обобщят динамичните характеристики.

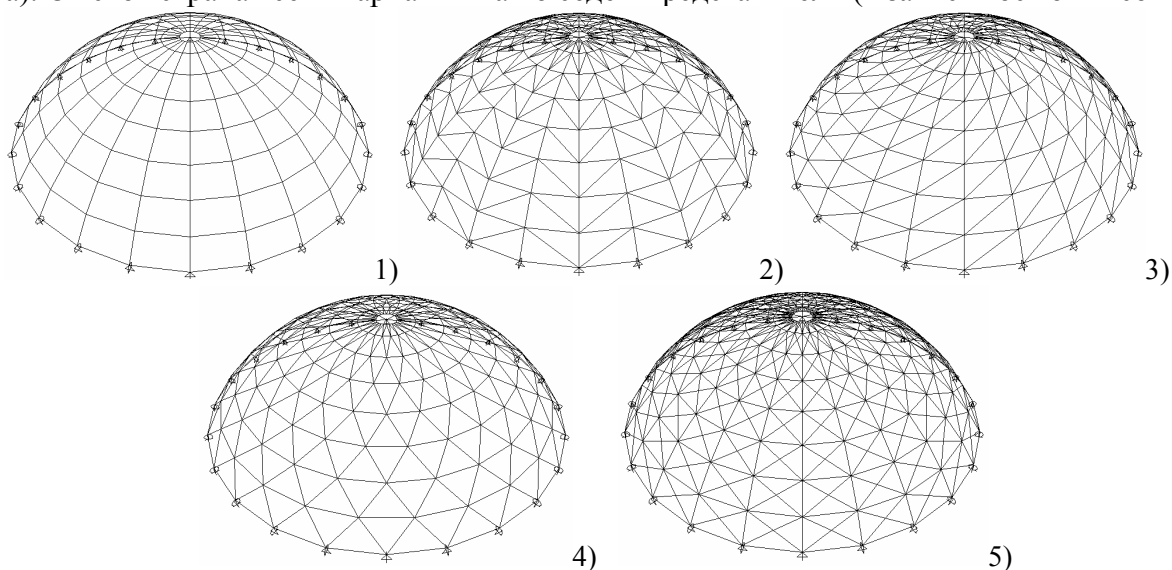
Глава II: Изследване на якост и коравина на дискретни сферични куполи. Избор на ефективна куполна решетка.

II.1. Изследване на якост и коравина.

II.1.1. Избор на ефективна куполна решетка.

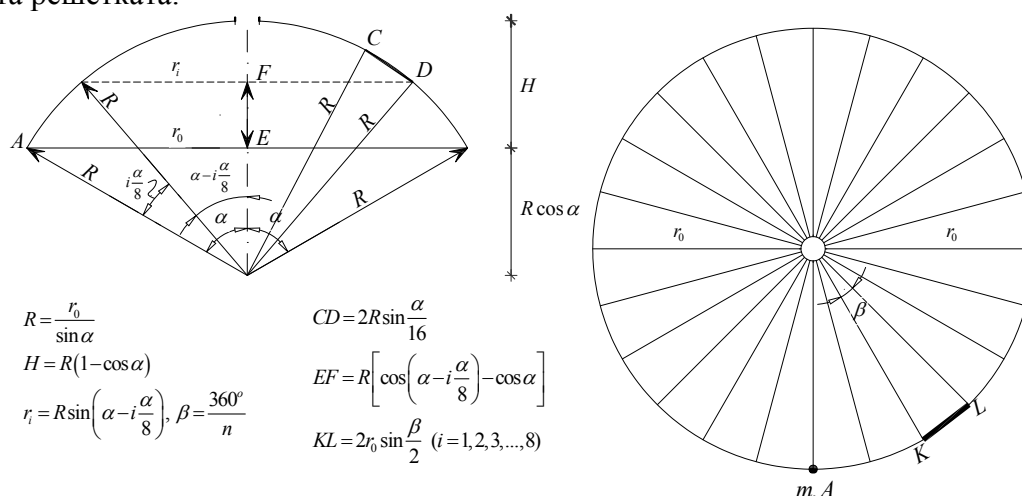
II.1.1.1. Описание и геометрични характеристики на избраните изчислителните модели.

В тази глава е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на еднослойни дискретни сферични куполи при статично натоварване. Като обекти на изследване са разгледани седемдесет модела на куполи. Изчислителните модели се различават по вида на граничните опорни условия, структурната решетка и височината им (във функция на централния полуъгъл и радиуса на сферичната повърхност). Избраните представители на дискретни сферични куполи са показани на фиг. II.1. Те са групирани в два типа изчислителни модели (според вида на граничните опорни условия), а всеки тип съдържа съответно по пет варианта (според морфологията на структурната решетка). От своя страна всеки вариант има по седем представители (в зависимост от височината).



фиг. II.1. Избрани представители на дискретни сферични куполи.

При генерирането на изчислителните модели са приети следните фиксирани параметри, виж фиг. II.2: диаметър на основата $D=30m$; диаметър на ключовия пръстен $d_k=1,65m$; цикличен ъгъл при основата $\beta=15^\circ$; брой на паралелите, разделящи меридианните линии (вътрешни пръстени) $n=7$; корава връзка на елементите с опорния пръстен; корава връзка между елементите от структурната решетката.



фиг. II.2. Фиксирани геометрични характеристики на избраните куполи.

За конструктивните елементи от структурната решетка са приети напречни сечения от тръбни профили. За всички елементи на разглежданите куполи са приети еднакви геометрични характеристики на напречните сечения.

II.1.1.2. Цел и последователност на изследването.

За изясняване на напрегнатото и деформирано състояние на куполите, вписани в сферичен сегмент с различна структурна композиция, се използват начално приетите параметри за куполите (R, β, n) при два вида гранични опорни условия и фиксирано външно натоварване q .

Проведено е параметрично изследване чрез серия числени опити върху показаните на фиг. II.1 прътови куполи с постоянен радиус на основата $r_0 = 15,0m$ и нарастваща височина, отговаряща на централен полуъгъл α , изменящ се в интервала от 30° до 90° със стъпка 10° .

II.1.1.3. Сравнителен анализ на получените резултати.

След проведеното статическо изчисляване с програмен продукт SAP2000, численото сравнение е направено по следните признаци:

- изменение на нормалните усилия в прътите от решетката;
- местоположение на неутралната линия, разделяща натискови и опънни усилия в пръстените на куполите;
- вертикално преместване на характерни възли.

Поради наличието на голям масив от елементи и изходни числови данни, за сравнение между петте модела са разгледани резултатите от статическото решение за представителни елементи, означени условно по следния начин:

- в меридианно направление - R1÷R8 по височина за изчислителни модели K.1, K.2, K.3 и K.5 (K.1*, K.2*, K.3* и K.5*), виж фиг. II.3-1), 2), 3), 5);
- в пръстеновидно (паралелно) направление – N1÷N7 за изчислителни модели K.1, K.2, K.3 и K.5 (K.1*, K.2*, K.3* и K.5*), виж фиг. II.3-1), 2), 3), 5);
- диагонални елементи – D1÷D8 за изчислителни модели K.1, K.2, K.3 и K.5 (K.1*, K.2*, K.3* и K.5*), виж фиг. II.3-1), 2), 3), 5);
- в меридианно направление - M1÷M8 по височина за изчислителни модели K.4 (K.4*), виж фиг. II.3-4);
- диагонални елементи – P1÷P8 за модели K.4 (K.4*), виж фиг. II.3-4);

Резултатите са представени в табл. II.1÷табл. II.25 и фиг. II.4÷фиг. II.21 (модели тип I) и в табл. II.26÷табл. II.50 и фиг. II.22÷фиг. II.38 (модели тип II).

II.1.1.3а. Резултати за куполи тип I (радиално подвижни опори).

табл. II.1. Нормални усилия в елемент R.1 за различните представители куполи.

		Нормално усилие в елемент R.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1	-169,75	-141,43	-128,17	-124,14	-127,41	-138,16	-158,22
	K.2	-224,01	-167,49	-141,01	-130,25	-129,89	-138,58	-157,79
	K.3	-168,78	-141,10	-128,08	-124,13	-127,43	-138,16	-158,18
	K.5	-266,74	-211,48	-180,93	-163,41	-153,91	-150,09	-150,98

табл. II.8. Нормални усилия в елемент R.8 за различните представители куполи.

		Нормално усилие в елемент R.8 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1	-16,14	-12,03	-10,05	-9,13	-8,89	-9,22	-10,12
	K.2	-4,65	-3,09	-2,32	-1,91	-1,71	-1,64	-1,68
	K.3	-15,07	-11,24	-9,39	-8,52	-8,26	-8,51	-9,28
	K.5	-3,77	-2,90	-2,52	-2,39	-2,43	-2,61	-2,95

табл. II.9. Нормални усилия в елемент N.1 за различните представители куполи.

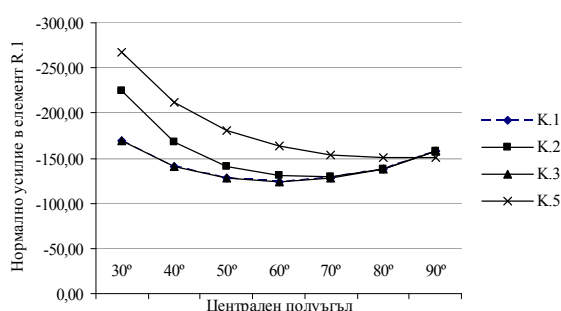
		Нормално усилие в елемент N.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1	-18,06	-17,40	-7,77	6,22	24,51	49,11	83,98
	K.2	-19,69	-17,48	-7,18	6,98	25,19	49,57	84,52
	K.3	-9,05	-12,83	-5,36	7,47	25,08	49,23	83,76
	K.5	-39,19	-36,28	-23,48	-5,57	17,46	47,93	90,48

табл. II.17. Нормални усилия в елемент D.1 за различните представители куполи.

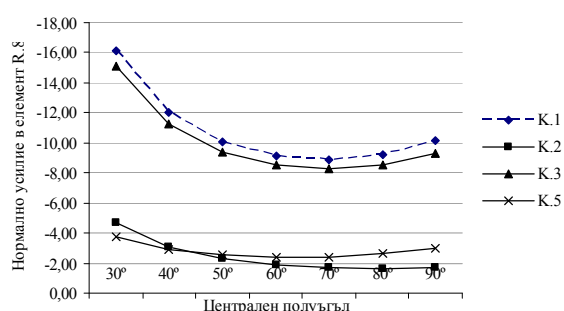
		Нормално усилие в елемент D.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.2	52,94	24,90	12,02	5,68	2,42	0,65	-1,01
	K.3	0,77	0,51	0,34	0,22	0,13	0,05	-0,01
	K.5	106,88	74,21	53,69	38,26	24,61	10,56	-5,93

табл. II.25. Нормални усилия в елементи M.1÷M.8 и P.1÷P.8 за купол K.4.

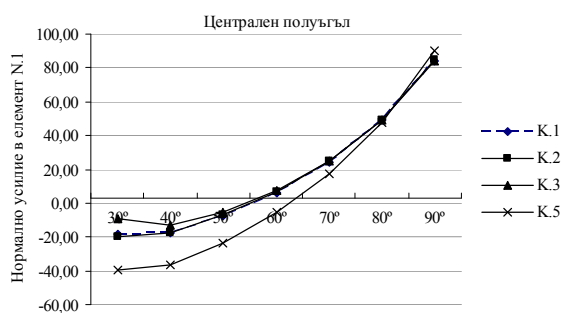
		Нормални усилия в купол K.4 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
M.1	55,87	41,01	42,41	52,02	68,41	93,07	129,88	
M.8	-65,35	-48,49	-40,37	-36,51	-35,33	-36,36	-39,51	
P.1	-115,96	-95,39	-84,98	-80,57	-80,70	-85,18	-94,81	
P.8	-8,76	-6,50	-5,41	-4,88	-4,72	-4,86	-5,29	



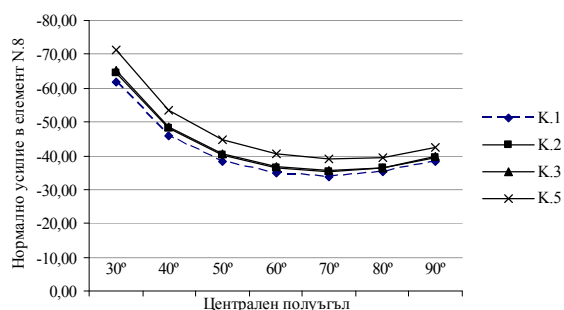
фиг. II.4. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент R.1.



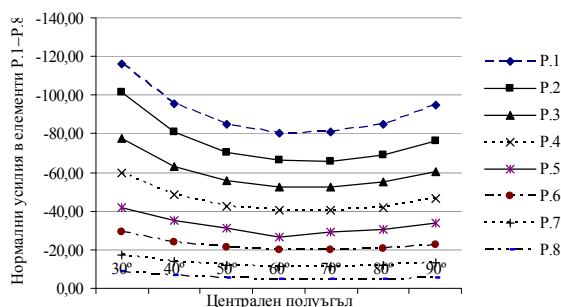
фиг. II.11. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент R.8.



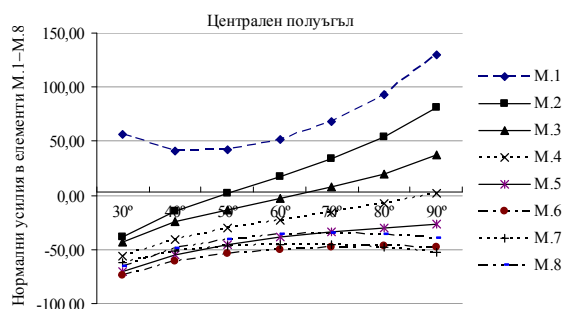
фиг. II.12. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.1.



фиг. II.19. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.8.



фиг. II.20. Графика на изменение на нормалните усилията в елементи P.1÷P.8.



фиг. II.21. Графика на изменение на нормалните усилията в елементи M.1÷M.8.

II.1.1.36. Резултати за куполи тип II (неподвижни опори).

табл. II.26. Нормални усилия в елемент R.1 за различните представители куполи.

		Нормално усилие в елемент R.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1*	-174,31	-143,25	-128,95	-124,47	-127,54	-138,20	-158,22
	K.2*	-202,07	-160,71	-140,94	-133,23	-134,30	-143,79	-163,41
	K.3*	-174,10	-143,15	-128,89	-124,43	-127,51	-138,15	-158,16
	K.5*	-143,15	-118,61	-107,99	-105,51	-109,25	-119,03	-135,91

табл. II.33. Нормални усилия в елемент R.8 за различните представители куполи.

		Нормално усилие в елемент R.8 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1*	-16,14	-12,03	-10,05	-9,13	-8,89	-9,22	-10,12
	K.2*	-4,69	-3,09	-2,32	-1,92	-1,71	-1,64	-1,68
	K.3*	-15,06	-11,24	-9,39	-8,52	-8,26	-8,52	-9,28
	K.5*	-3,77	-2,90	-2,52	-2,39	-2,42	-2,60	-2,95

табл. II.34. Нормални усилия в елемент N.1 за различните представители куполи.

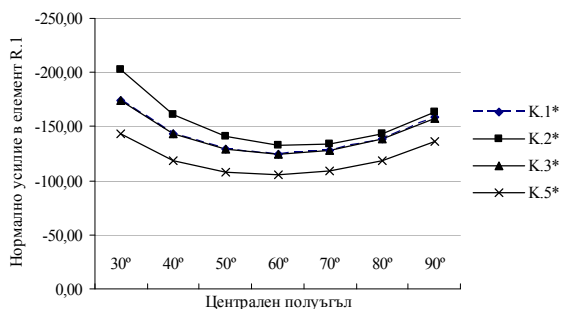
		Нормално усилие в елемент N.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.1*	-60,63	-36,98	-17,68	0,98	21,76	47,82	83,58
	K.2*	-32,90	-15,76	-0,99	14,30	32,56	56,82	91,66
	K.3*	-59,55	-36,56	-17,58	0,91	21,58	47,55	83,24
	K.5*	-4,83	4,86	14,97	27,03	42,82	65,05	98,31

табл. II.42. Нормални усилия в елемент D.1 за различните представители куполи.

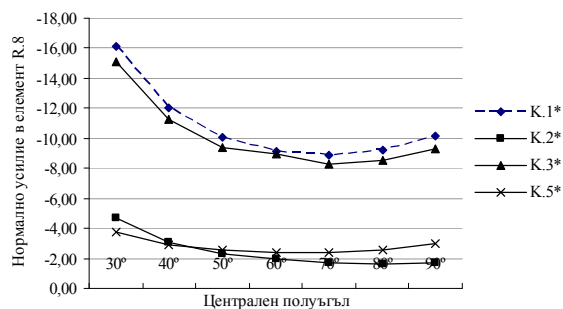
		Нормално усилие в елемент D.1 при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Купол	K.2*	-46,32	-35,95	-28,92	-23,83	-20,13	-17,78	-17,18
	K.3*	-0,17	-0,12	-0,09	-0,07	-0,05	-0,05	-0,05
	K.5*	-33,56	-25,71	-21,12	-18,34	-16,88	-16,75	-18,41

табл. II.50. Нормални усилия в елементи M.1÷M.8 и P.1÷P.8 за купол K.4*.

		Нормални усилия в купол K.4* при централен полуъгъл						
		30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
M.1	4,83	17,06	29,93	45,15	64,59	91,10	129,12	
M.8	-65,30	-48,50	-40,37	-36,51	-35,33	-36,35	-39,51	
P.1	-120,26	-97,18	-85,76	-80,94	-80,87	-85,25	-94,83	
P.8	-8,76	-6,50	-5,42	-4,88	-4,72	-4,86	-5,28	



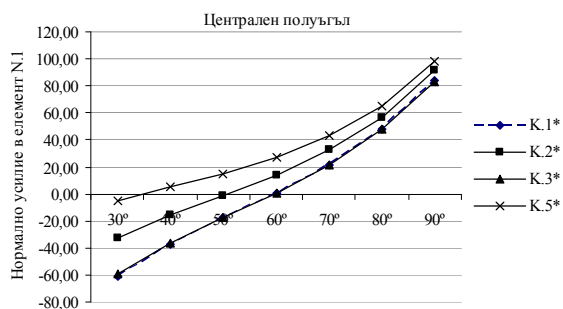
фиг. II.22. Графика на изменение на нормалните усилия в елемент R.1.



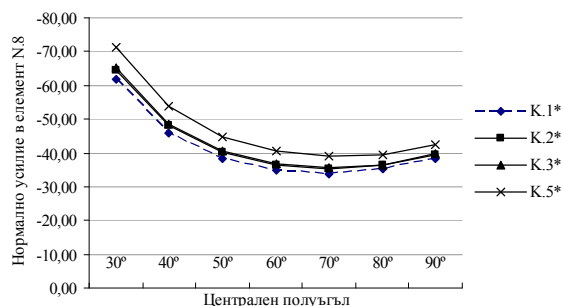
фиг. II.29. Графика на изменение на нормалните усилия в елемент R.8.

Диаграмите за изменение на усилията в избраните представителни елементи показват обща тенденция на нелинейното им намаляване с нарастване на централният полуъгъл α . Очевидно е, че

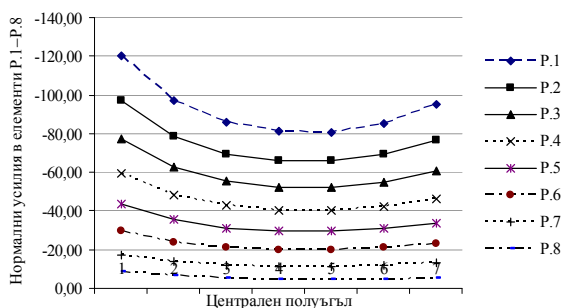
елементите от петте купола са най-натоварени при $\alpha=30^\circ$, като в интервала $\alpha=60^\circ\div 80^\circ$ се наблюдава монотонно затихване на изменението. Както се вижда от графиките при куполи К.4 и К.5 нормалните усилия са по-малки в сравнение с К.1, К.2 и К.3, за сметка на по-големия брой елементи.



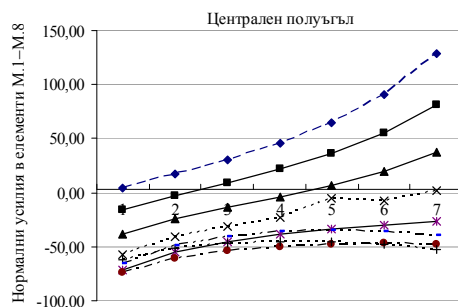
фиг.П.29. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.1.



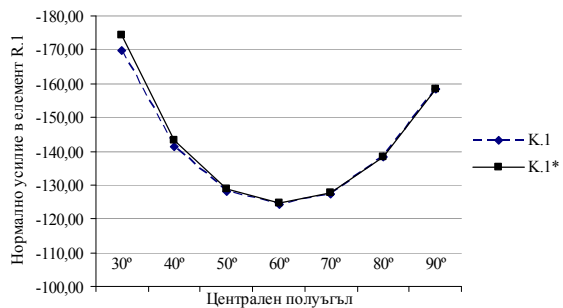
фиг.П.36. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.8.



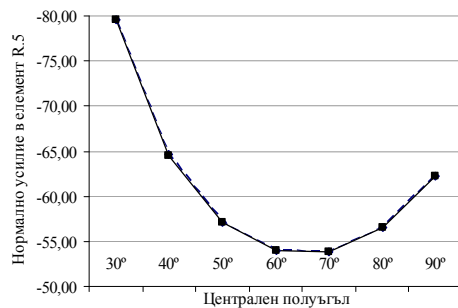
фиг.П.37. Графика на изменение на нормалните усилията в елементи P.1÷P.8.



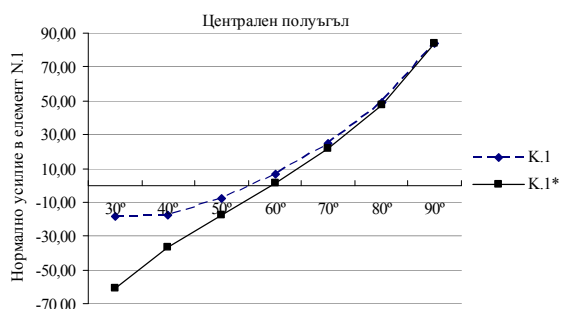
фиг.П.38. Графика на изменение на нормалните усилията в елементи M.1÷M.8.



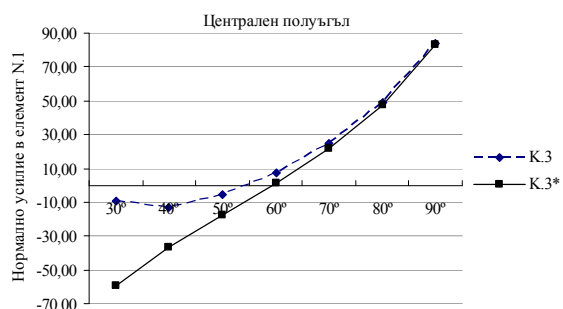
фиг.П.39. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент R.1 за куполи К.1 и К.1*.



фиг.П.40. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент R.5 за куполи К.1 и К.1*.



фиг.П.41. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.1 за куполи К.1 и К.1*.

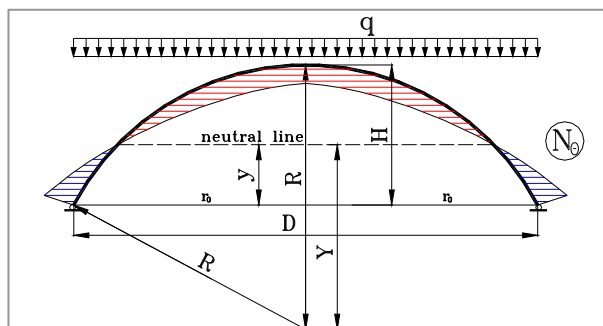


фиг.П.42. Графика на изменение на нормалните усилията в елемент N.1 за куполи К.3 и К.3*.

Типът на решетката се отразява в кривите, които съответстват на различни нормалните усилия в пръстените от I и II поясно ниво за всяка фиксирана стойност на α . С нарастване на α от

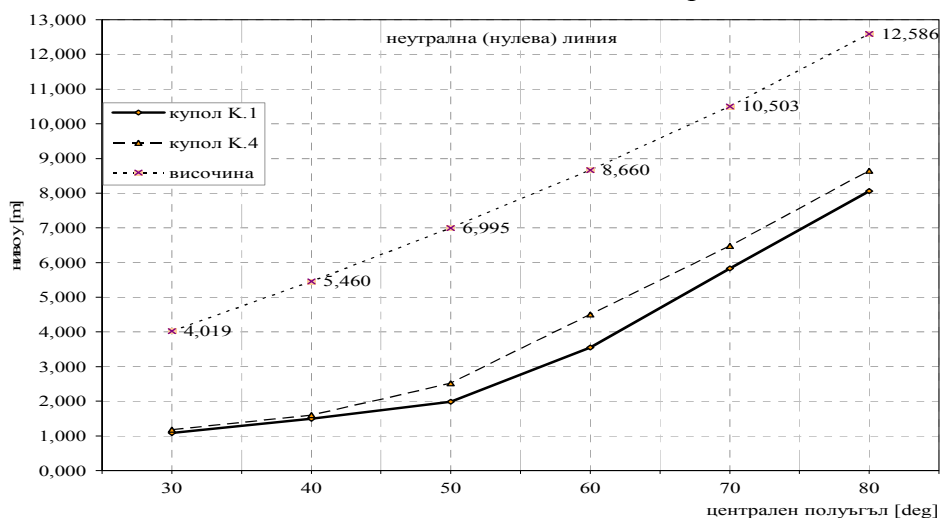
30° до 50° се забелязва, че натисковото усилие в $\Gamma^{\text{ви}}$ поясен пръстен преминава в опънно. Тази промяна на знака в усилието се наблюдава и във втория вътрешен пръстен в интервала $\alpha = 60^\circ \div 70^\circ$.

Границата между натисковите и опънни пръстеновидни усилия се определя от "неутралната" линия. На фиг. II.43 са означени основните параметри на купола (R , H) и местоположението на неутралната линия: y – спрямо основата на купола и Y – спрямо центъра на сферичната повърхнина.



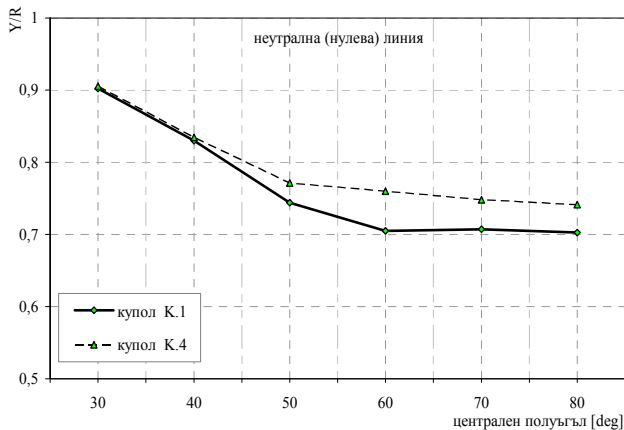
фиг. II.43. Местоположение на "неутралната" линия.

Фиг. II.44 графично илюстрира нивото y на нулевата линия в куполи K.1 и K.4 за всяка стойности на параметъра α в диапазона $30^\circ \div 80^\circ$. Нарастване на височината H във функция на α , води до "повдигането" ѝ. Забелязват се почти идентични нива при $\alpha = 30^\circ$ и $\alpha = 40^\circ$ за двата модела.

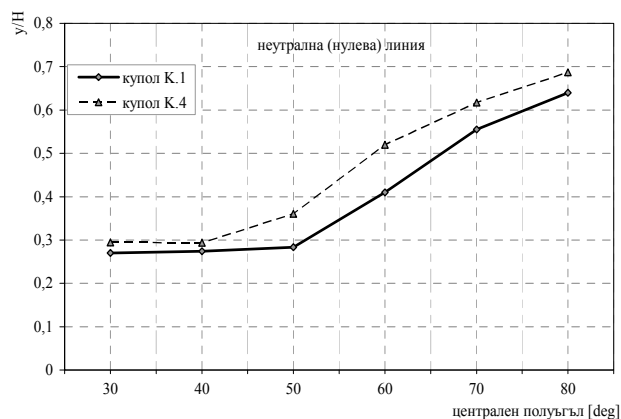


фиг. II.44. Местоположение на неутралната линия y спрямо височината H на купола.

Фиг. II.44 и фиг. II.45 показват положението на нулевата линия в съотношение към радиуса на сферичната повърхнина R и височината H .

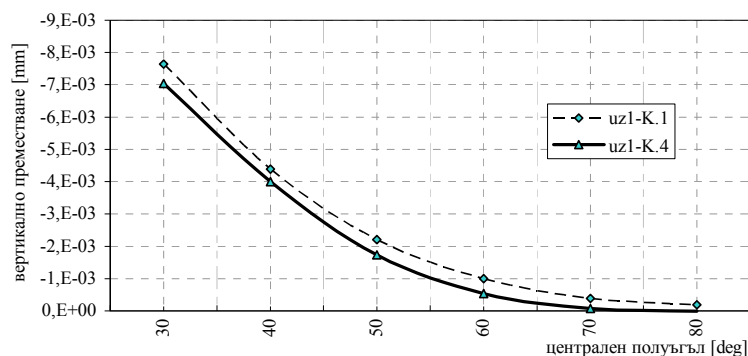


фиг. II.44. Местоположение на неутралната линия при отношение Y/R .



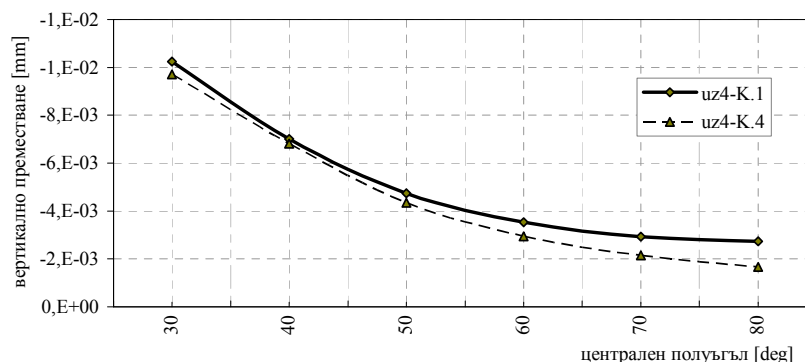
фиг. II.45. Местоположение на неутралната линия при отношение y/H .

Деформираното състояние, изразено чрез възловите премествания, бе проследено чрез вертикалните им стойности в три представителни възела от куполите с еднакви координати, съответно от I^{-ви}, IV^{-ти} и ключов пръстен. Кривите на преместванията в тези възли са показани на фиг.П.46, фиг.П.47 и фиг.П.48.

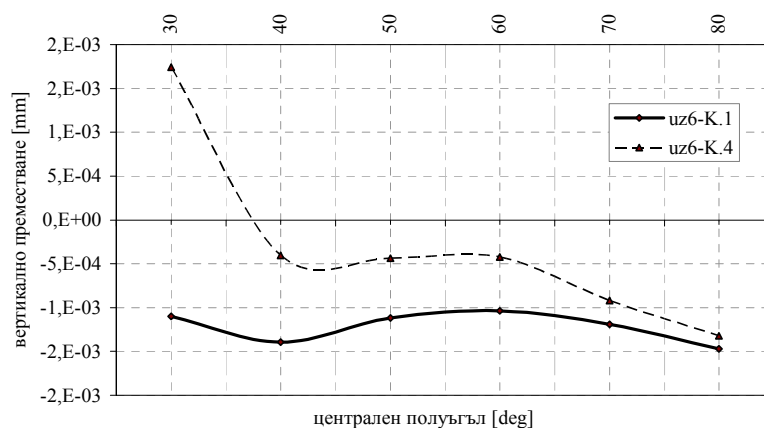


фиг.П.46. Диаграми на възлови вертикални премествания от I^{-ви} поясен пръстен.

Графиките от фиг.П.46 и фиг.П.47 показват нелинейно намаляващите вертикални премествания на избраните възли и съответно отразяват нарастващата коравината на системата във вертикално направление на съответното ниво с увеличаване на α . Кривите на вертикалните премествания имат сходен характер при относителни разлика в порядъка на 20÷30%. Тази разлика е значително по-голяма за вертикалните премествания на възлите от пръстена на най-горното ниво, виж фиг.П.48, като в интервала $\alpha=40^\circ\div80^\circ$ кривите не са толкова силно изразени (изключение се наблюдава при $\alpha=30^\circ$ за купол К.4).



фиг.П.47. Диаграми на възлови вертикални премествания от IV^{-ти} поясен пръстен.



фиг.П.48. Диаграми на възлови вертикални премествания от "ключов" пръстен.

От направеният анализ при отчитане особеностите в изчислителните модели (геометрични характеристики, опорни условия, натоварване) на петте типа структурна решетка може да се констатира следното:

Ребреният купол К.1 е с най-малко пръти, неговата решетка е по-напрегната и податлива спрямо другите четири. Тенденцията на понижаване на нормалните усилия в прътите и възловите преместванията при куполи К.4 и К.5 е за сметка на по-големият брой пръти. При нарастване на централния полуъгъл α местоположението на неутралната линия се покачва, като зоната на положителните пръстеновидни усилия се разширява нагоре. При полегатите куполи ($\alpha=30^\circ$) тази зона е доста стеснена и тези усилия изцяло се поемат от опорния пръстен. Обратно, зоната на натиснатите пръстени нараства с понижаване височината на купола и при $\alpha=30^\circ$ цялата структурна решетка работи на натиск.

Очевидно е, че при така направената съпоставка между разгледаните структурни решетки куполи К.2, К.3, К.4 и К.5 са за предпочитане пред купол К.1 по отношение на коравина и вътрешно разпределение на усилията. От общата сумарна дължина на прътите с приетите напречни сечения в петте купола, собственото тегло на К.1 е най-малко. От гледна точка на технологично изпълнение куполи К.2, К.3 и К.4 са по-приложими при условие за осигуряване на коравата връзка между меридианни и паралелни елементи.

Това сравнение не е окончателно и подлежи на уточняване, свързано с характера и влиянието на несиметрично разпределение на натоварването и изследването на устойчивост.

Резултатите от проведеното изследването в т.І.1 показват следните тенденции:

А) При увеличаване височината на купола, натисковите усилия в меридианите пръти намаляват, но се увеличават геометричните им дължини. Усилията в диагоналите и пръстените намаляват (с изключение на първият етажен пръстен, при който усилията нарастват).

Б) При понижаване височината на купола, обратно, максималните натискови усилия растат, изкълчвателните дължини намаляват, а "неутралната линия", разделяща натиснатите от опънатите поясни пръти, слиза надолу.

Горните изследвания дадоха повод да се формулира следната задача: При фиксиран радиус на основата на купола и при условно възлово натоварване да се потърси оптималния централен полуъгъл α , при който обемът (теглото) на материала вложен в купола ще е минимален.

II.2. Оптимизация на теглото на прътови куполи чрез параметър за "линейна напрегнатост".

В този раздел ще въведем нов параметър, който ще означим като "линейна напрегнатост". Чрез него ще оптимизираме теглата на сферични прътови куполи с различни типове решетка при еднакъв основен диаметър и различни централни полуъгли, съответни на опорния паралел на купола. Ефектът при използване на параметъра "линейна напрегнатост" е че не е необходимо да се извършва реално статическо изчисляване и оразмеряване на прътите от куполната решетка.

II.2.1. Възможности за оптимизация на теглото на прътови куполи

Такива покрития се реализират най-често очертани в полусфера или в сферичен сегмент с централен полуъгъл α . При фиксиран основен диаметър и височина на купола минимизацията на теглото се търси чрез вариране на типа на структурната решетка. При по-комплексен подход оптимизацията (по-точно, минимизацията) на теглото се постига, като се фиксира само основния диаметър, а при всеки отделен тип решетка централния полуъгъл, който определя височината на купола, се изменя на равни интервали в практически познатите граници. Оптимизацията предполага възможност за ефективно статическо решение на най-сложните куполни решетки, независимо от тяхната "неопределимост" в силов смисъл.

II.2.2. Предлагаема методика.

Обект на изследване са еднослойните куполи с често използвани традиционни решетки от фиг. II.1. Минимизацията на теглото на сферичните куполи се извършва за плочно натоварване с условна или действителна интензивност, което се привежда към съсредоточени възлови сили.

Възловите връзки между прътите от куполите на фиг. II.1 са приети като корави, а подпирането върху основния пръстен - неподвижно. Оптимизацията ще се извърши при вариране на дължините на прътите от решетката и усилията в тях, във функция на променящия се централен полуъгъл при постоянна условна или действителна интензивност на натоварването. Огъващите

моменти, които се пораждат в коравите възли на прътите от фиг. II.1, на този етап ще бъдат пренебрегнати.

Нека анализираме напрегнатите състояния на прътовите куполи от фиг. II.1. Приет е диаметър $D=30m$ и разпределено плочно натоварване $q=3,0kN/m^2$ върху хоризонталната проекция на засводеното пространство. На фиг. II.2 е показано сечение на куполите с меридианна равнина.

Нека означим с: nm - брой на меридианните деления по поясната окръжност; np - брой на паралелните деления по височина на сферата $\Rightarrow$

От предварително решение с приета интензивност на натоварването и централен полуъгъл $30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, определяме: N_i - нормални усилия в куполните пръти; nt - брой опънати пръти; np - брой натиснати пръти; l_i - дължина на прът от всяка група; A_i - площ на напречното му сечение; φ - коефициент на изкълчване; R - изчислително съпротивление на конструктивния материал; g - обемно тегло на конструктивния материал; G - общо тегло на прътовия купол при фиксиран централен полуъгъл.

В такъв случай подлежащата на минимизация функция ще е:

$$G = \sum_{i=1}^n g \cdot A_i \cdot l_i = \sum_{i=1}^{nt} g \cdot \frac{N_i}{R} \cdot l_i + \sum_{i=1}^{np} g \cdot \frac{|N_i|}{\varphi \cdot R} \cdot l_i = \frac{g}{R} \left(\sum_{i=1}^{nt} N_i \cdot l_i + \sum_{i=1}^{np} \frac{|N_i|}{\varphi} \cdot l_i \right) = \frac{g}{R} \cdot LN, \quad (II.8)$$

където:

$$LN = \sum_{i=1}^{nt} N_i \cdot l_i + \sum_{i=1}^{np} \frac{|N_i|}{\varphi} \cdot l_i \quad (II.9)$$

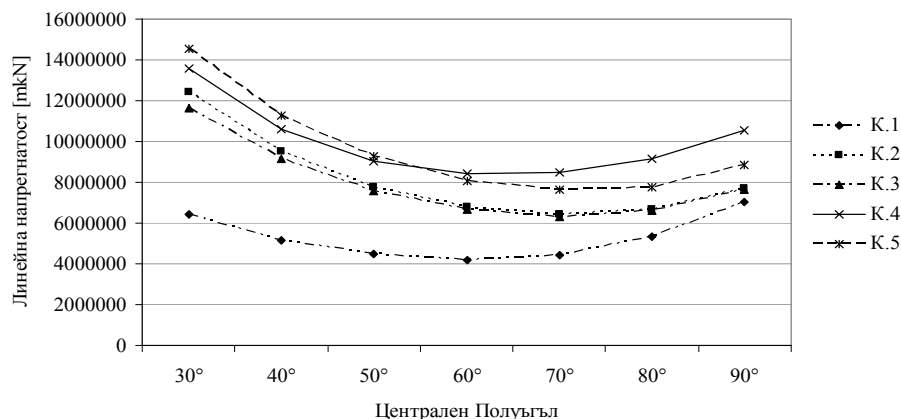
Изразът в скобите от (II.8) ще означим с LN [mKN] и ще го наречем "линейна напрегнатост" на прътовия купол. Очевидно е, че за да минимизираме теглото на купола G ще е достатъчно да минимизираме неговата "линейна напрегнатост". Поради това не е необходимо да се оразмеряват прътите и да се пресмята сумарното им тегло при всяка вариация на централния полуъгъл α . Може да се предвиди, че с увеличаване на куполната височина H , свързано с увеличаване на полуъгъла α , прътовите усилия N_i ще намаляват, тъй като са функция от намаляващия хоризонтален отпор, упражняван от опорния пръстен. За сметка на това ще се увеличават дължините l_i на прътите.

Обратно, снижаването на купола при намаляване на централния полуъгъл α ще води до скъсяване на дължините l_i и увеличаване на прътовите усилия N_i . Точно на пресечната "точка" на тези две противоположни тенденции съответства търсения оптимален от гледна точка на минимизиране на теглото централен полуъгъл α .

Възможността за минимизиране на теглото на петте купола от фиг. II.1 при вариране на α е илюстрирана в табл. II.55 и на фиг. II.49.

табл. II.55. Минимизиране на теглото чрез параметър "линейна напрегнатост".

	α	$\sum_{j=1}^n \frac{ N_j \cdot L}{\varphi}$	$\sum_{i=1}^n N_i \cdot L$	LN [mkN]		α	$\sum_{j=1}^n \frac{ N_j \cdot L}{\varphi}$	$\sum_{i=1}^n N_i \cdot L$	LN [mkN]
Купол К.1	30°	6418251,85	0	6418251,85	Купол К.4	30°	7447890,25	6148065,30	13595955,55
	40°	5165391,65	0	5165391,65		40°	5983736,85	4634063,70	10617800,55
	50°	4469547,25	0	4469547,25		50°	5297788,30	3755913,35	9053701,65
	60°	4156515,50	53558,85	4210074,35		60°	5170366,60	3280271,00	8450637,60
	70°	4198951,80	214923,95	4413875,75		70°	5453966,95	3028950,25	8482917,20
	80°	4718059,75	603129,85	5321189,60		80°	6184708,85	2941398,65	9126107,50
	90°	5797445,30	1255062,15	7052507,45		90°	7543918,30	3010171,40	10554089,70
Купол К.2	30°	6809670,20	5627288,85	12436959,05	Купол К.5	30°	8060330,80	6509739,70	14570070,50
	40°	5367653,80	4148020,25	9515674,05		40°	6402255,40	4866114,45	11268369,85
	50°	4580424,95	3205068,65	7785493,60		50°	5455513,25	3796923,20	9252436,45
	60°	4229078,80	2567504,25	6796583,05		60°	4989677,45	3081684,25	8071361,70
	70°	4271851,15	2147540,45	6419391,60		70°	5021322,55	2630801,50	7652124,05
	80°	4768241,65	1915463,85	6683705,50		80°	5445029,90	2322559,05	7767588,95
	90°	5867252,05	1853400,35	7720652,40		90°	6600292,25	2243928,05	8844220,30
Купол К.3	30°	6356663,05	5295504,10	11652167,15					
	40°	5138054,10	3984965,50	9123019,60					
	50°	4456657,50	3121422,75	7578080,25					
	60°	4164228,20	2528125,30	6692353,50					
	70°	4203127,75	2103708,25	6306836,00					
	80°	4718865,80	1887658,65	6606524,45					
	90°	5797988,15	1815083,60	7613071,75					



фиг.П.49. Диаграми за минимизиране на теглото чрез параметър "линейна напрегнатост".

П.2.3. Анализ на резултатите.

Ниските стойности на параметъра **LN** за бездиагоналния купол от фиг.П.1-1) в диапазона $60^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$ се обяснява с отсъствието на диагонали и пренебрегването на възникващите огъващи моменти в коравите меридианни пръти. Очевидно, че за такъв вид решетка методиката трябва да се прецизира, като се отчете влиянието върху линейната напрегнатост и на възловите моменти.

Куполите от фиг.П.1-2) и фиг.П.1-3) показват сходни резултати, с минимум за **LN** в диапазона $70^\circ \leq \alpha \leq 80^\circ$. Уеднаквяването на наклона на диагоналите в съседни полета на поясните ивици за купола от фиг.П.1-3) води до абсолютен минимум за параметъра **LN**, а от там - и за теглото на купола. Трябва да се отбележи, че този тип решетка е препоръчана в класическите литературни източници като благоприятна, без да е имано в предвид препоръчания в настоящата работа анализ.

Интересно е също, че куполът от фиг.П.1-4) има по-висока стойност за параметъра **LN** от купола от фиг.П.1-5), в един и същ диапазон за изменение $60^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$.

След като се приеме типа на решетката и диапазона $[\alpha_i, \alpha_{i+1}]$, в който може да се очаква абсолютна минимизация на **LN**, е необходимо да се стесни този диапазон и да се извърши подходяща апроксимация за търсената стойност на централния полуъгъл.

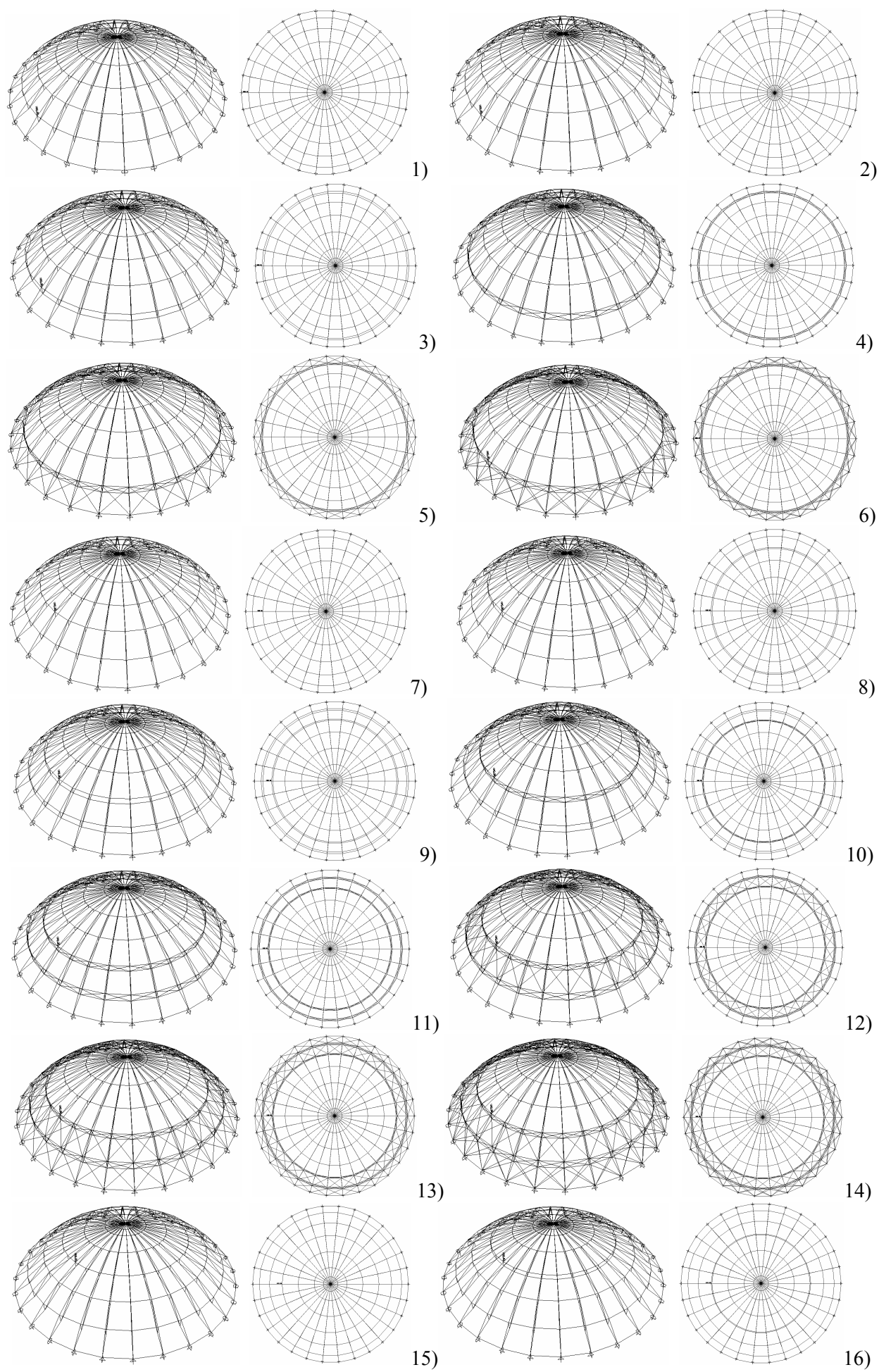
П.3. Изследване на напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване при радиално подвижни опори.

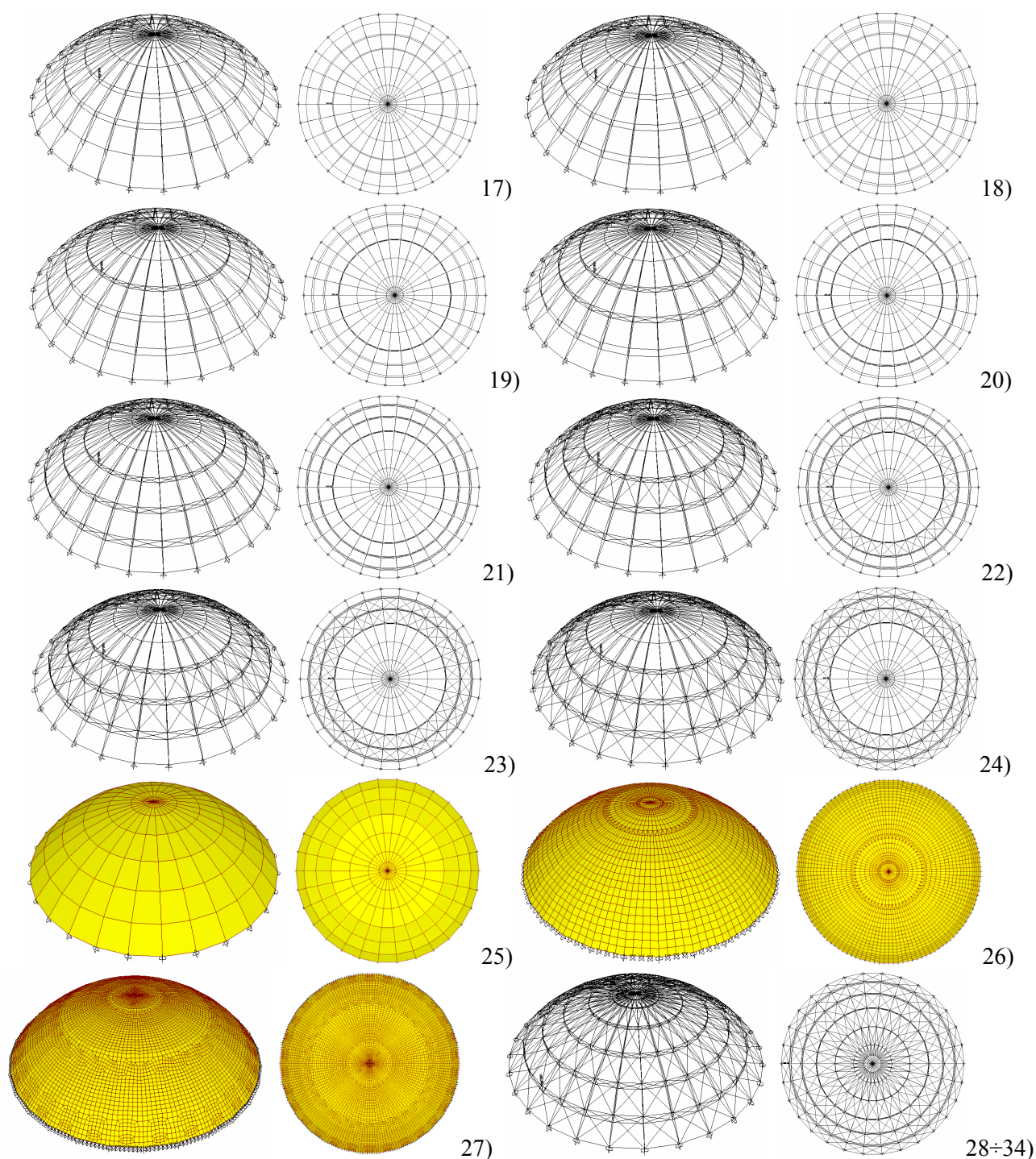
П.3.1. Увод.

В този раздел е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване. Като обекти на изследване са разгледани четиридесет модела на дискретни куполи, за генерирането на които са използвани frame крайни елементи. Изчислителните модели се различават по вида на структурната решетка. Направена е и съпоставка с гладки непрекъснати куполи, като за целта са изградени три допълнителни модела. Споменатите куполи са генерирани с shell крайни елементи с различна размерност на дискретизационната мрежа. Съблюдавано е условието за еднаквост на преместването на приложната точка на силата, съпоставено с дискретните модели. Като основен параметър за съпоставка на изчислителните модели са избрани опорните реакции. Резултатите са представени в графичен и табличен вид.

П.3.2. Описание на избраните изчислителни модели.

При генерирането на изчислителните модели е прието: гранични опорни условия - опорен пръстен върху радиално подвижни опори; корава връзка на елементите с опорния пръстен; корава връзка между елементите от ребрата и вътрешните пръстени от решетката (за куполи K.2÷K.24); ставна връзка между елементите от ребрата и вътрешните пръстени от решетката (за купол K.1); възлово натоварване (концентрирана сила) с интензивност $1000kN$.





фиг. II.52. Избрани дискретни (K.17÷K.34) и гладки (K.25÷K.27) куполи.

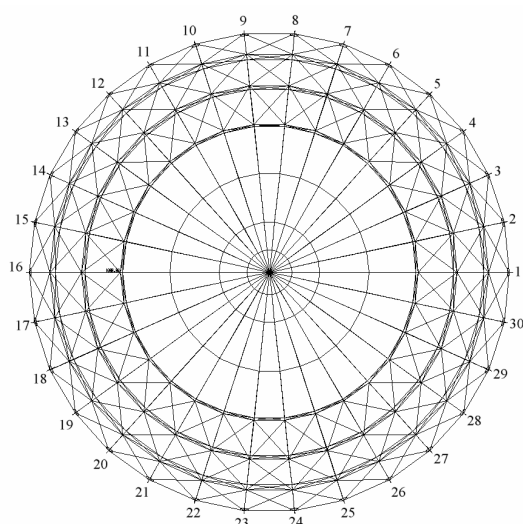
Куполи K.25÷K.27 и K.35÷K.40 са генерирани чрез shell крайни елементи. Трите изчислителни модела (K.25÷K.27) се различават по размерност на дискретизационната мрежа. Съблюдавано е условието за еднаквост на вертикалното преместване на приложената точка на силата, отчетено от модел K.24.

Куполите K.28÷K.34 са дискретни и с еднаква по вид структурна решетка (фиг. II.52). При тях се варира с приложената точка на концентрираната сила (по височина на радиалната ферма).

Куполите K.35÷K.40 са гладки непрекъснати и с дискретизационна мрежа идентична с тази на купол K.27 (фиг. II.52). При тях се варира отново с приложената точка на концентрираната сила.

II.3.3. Сравнителен анализ на получените резултати.

Като основен параметър за съпоставка на изчислителните модели са използвани опорните реакции (възли 1÷30, фиг. II.53).



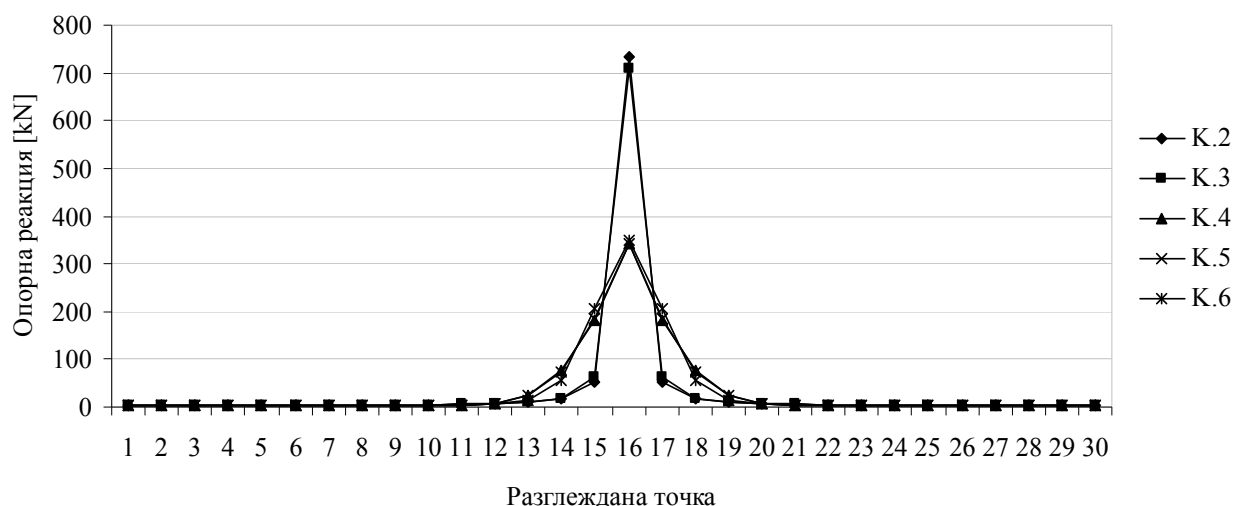
фиг. II.53. Поглед отгоре на изчислителен модел К.24.

В таблици от табл. II.56 до табл. II.61 последователно са дадени опорните реакции, получени при различните модели на изследваните куполи.

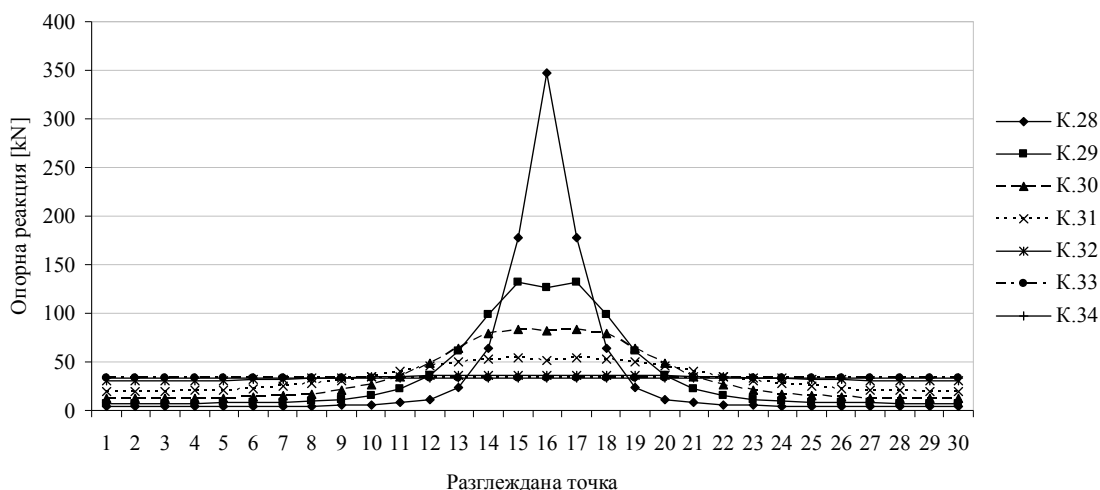
табл. II.56. Опорни реакции в куполи К.1÷К.6 (приложна точка на силата - I-ви вътрешен пръстен).

		ВИД ИЗСЛЕДВАН КУПОЛ					
		К.1	К.2	К.3	К.4	К.5	К.6
ОПОРНА РЕАКЦИЯ	т.1	3,835	4,251	4,106	4,061	3,689	3,446
	т.2	3,841	4,259	4,113	4,064	3,697	3,45
	т.3	3,982	4,303	4,163	4,093	3,696	3,494
	т.4	4,011	4,349	4,21	4,131	3,72	3,503
	т.5	4,052	4,416	4,281	4,184	3,753	3,538
	т.6	4,105	4,499	4,372	4,215	3,805	3,636
	т.7	4,171	4,603	4,487	4,161	3,856	3,829
	т.8	4,249	4,733	4,635	3,907	3,851	4,151
	т.9	4,342	4,904	4,831	3,324	3,695	4,576
	т.10	4,449	5,151	5,117	2,491	3,405	4,967
	т.11	4,571	5,571	5,601	2,415	3,713	5,203
	т.12	4,71	6,468	6,614	6,74	7,714	6,362
	т.13	4,867	8,822	9,23	24,86	24,28	15,27
	т.14	5,043	16,22	17,74	75,36	72,64	57,54
	т.15	5,24	52,21	63,47	182,8	184,4	204,9

		ВИД ИЗСЛЕДВАН КУПОЛ					
		К.1	К.2	К.3	К.4	К.5	К.6
ОПОРНА РЕАКЦИЯ	т.16	872,9	734,7	710,2	342,5	343,8	347,8
	т.17	5,24	52,21	63,47	182,8	184,4	204,9
	т.18	5,043	16,22	17,74	75,36	72,64	57,54
	т.19	4,867	8,822	9,23	24,86	24,28	15,27
	т.20	4,71	6,468	6,614	6,74	7,714	6,362
	т.21	4,571	5,571	5,601	2,415	3,713	5,203
	т.22	4,449	5,151	5,117	2,491	3,405	4,967
	т.23	4,342	4,904	4,831	3,324	3,695	4,576
	т.24	4,249	4,733	4,635	3,907	3,851	4,151
	т.25	4,171	4,603	4,487	4,161	3,856	3,829
	т.26	4,105	4,499	4,372	4,215	3,805	3,636
	т.27	4,052	4,416	4,281	4,184	3,753	3,538
	т.28	4,011	4,349	4,21	4,131	3,72	3,503
	т.29	3,982	4,303	4,163	4,093	3,696	3,494
	т.30	3,841	4,259	4,113	4,064	3,697	3,45



фиг. II.55. Сравнение на куполи К.2, К.3, К.4, К.5, К.6.



фиг.П.60. Опорни реакции за куполи K.28÷K.34.

II.3.4. Заключение и изводи.

От съпоставяне на изчислителните резултати, могат да се направят следните по-съществени изводи:

- Коравата връзка между възлите от радиалните ферми и вътрешните разпределителни пръстени, виж фиг.П.50 – 1), 2), води до съществено намаляване на опорната реакция на натоварената ферма и увеличаване на тези на съседните. Дължи се на наличието на огъващи моменти и напречна сила в прътите от споменатите пръстени. Този ефект е по-засилен при двоен вътрешен разпределителен пръстен, купол К.3. Подобни изводи могат да се направят и при натоварване в по-горните възли от фермата.

- Добавянето на укрепващи връзки в пръстеновидно направление по долен пояс между радиалните ферми, виж фиг.П.50 – 3), 8), 9) и фиг.П.51 – 16), 17), 18), не води до съществен ефект.

- Наличието на вертикални диагонални връзки, т.е. връзки свързващи възли от горен и долен пояс на две съседни радиални ферми, виж фиг.П.50 – 4), 10), 11) и фиг.П.51 – 19), 20), 21), силно преразпределя усилията във фермите и води до чувствително (двойно) намаляване на вертикалната опорна реакция в натоварената ферма и съществено увеличаване на тези на съседните. Наблюдаваното силно преразпределение е вследствие на осовата коравина на диагоналите. Сходни, но както може да се предположи, още по-изразени, са ефектите и при сила, приложена в по-горни фермови възли.

- Добавянето на хоризонтални укрепващи връзки по горен пояс, т.е. връзки свързващи възли от горен пояс на две съседни радиални ферми, виж фиг.П.50 – 5), 12) и фиг.П.51 – 13), 14), 22), 23), 24), води също до съществено намаляване на вертикалната опорна реакция в натоварената ферма и преразпределение в съседните.

- Хоризонталните укрепващи връзки по долен пояс между радиалните ферми, виж фиг.П.50 – 6) и фиг.П.51 – 14), имат по-малък принос за преразпределение на реакциите между опорите.

- Допълнителните прътови конфигурации на куполи К.12 и К.13 в сравнение с К.11 не водят до съществен ефект. Наблюдава се единствено намалени по стойност реакции в по-отдалечените опори за сметка на по-близките;

- При куполи от К.21 до К.24 е налице и известно засвояване в силовия поток. Допълнително изясняване на този ефект може да се направи въз основа на фиг.П.60, онагледяваща резултатите за куполи от К.28 до К.34. Засвояването е най-засилено при К.29, т.е. при сила, приложена в третия фермов възел. Може да се обясни с местоположението му, т.е. най-близко до средата на фермата;

- прътовата конфигурация на К.24 има опорни реакции близки до тези на непрекъснат купол с еквивалентна вертикална коравина в приложената точка на силата.

Аналогично в параграф II.4 е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване при неподвижни опори.

Глава III: Повърхнини на влияние на дискретни сферични куполи.

III.1. Увод.

Повърхнина на влияние за усилие (опорна реакция, прътово усилие, огъващ момент, напречно или нормално усилие), се нарича тримерната графика, която отразява изменението на тази величина, като функция от положението на подвижна съсредоточена сила с единична големина и постоянно направление, обхождаща "пътна" повърхнина.

При плоски пространствени прътови системи тя е съвкупност от линии на влияние, построени за отделни взаимно ортогонални сечения през равни интервали върху площта на изследвания обект. При прътовите куполи обаче възникват редица затруднения, защото разстоянието между сеченията намалява по височина на меридиана, а геометричната област, върху която се строи ПВ е с двойна кривина и трябва да се намери "четлива" форма за изобразяването ѝ. Въпросът е по какъв начин да се изобрази повърхнината на влияние – дали като проекция върху хоризонтална равнина, която илюстрира недостатъчно четливо изменението на повърхнината на влияние в зоните около опорния пръстен или в картографска проекция - чрез разгъване на сферичната повърхност върху вертикална равнина. В този случай разстоянията между меридианите близо до върха са силно преувеличени и деформират повърхността. Трета възможност е аксонометричното изобразяване на купола в избран поглед, като ординатите на повърхнината на влияние се нанасят вертикални. Тази възможност е възприета за по-нататъшно представяне. Пресмятането на ординатите на тази графика за пространствени системи по ръчен способ е почти невъзможно, поради високата им степен на статическа неопределимост по метода на преместванията и метода на силите. Както е известно от строителната статика, съществуват три метода за построяване на линии на влияние, които могат да се приложат и за построяване на повърхнините на влияние: статичен, кинематичен и комбиниран метод.

При статичният метод се проследява изменението на разглежданата величина по стойност и знак при промяна на местоположението на подвижна единична сила в дефинирани пътни участъци. За всяко положение на тази сила се записва уравнението за равновесие и се пресмята търсената реакция, усилие и т.н. Кинематичният метод е основан на принципа на възможните премествания, при който се записват уравненията за работата на силите, действащи върху системата, чрез отстраняване на връзката, носеща усилието. Така статическата ѝ неопределимост се намалява с единица, а ако системата е била определима, се превръща в механизъм.

III.2. Основни цели и задачи, свързани с изследването на повърхнините на влияние:

- да се очертаят зоните за получаване на екстремни (натискови и опънни) стойности за усилията в прътите от купола с различна морфология на структурната решетка под действие на товар, вертикален към сферичната повърхнина;
- да се определят зоните на ПВ, в които натоварването не влияе съществено върху изследваното прътово усилие, което би довело до опростяване на процедурата за търсене на екстремни усилия;
- да се изясни ролята на симетричен, несиметричен и локален товар върху състоянието на прътите;
- повърхнините на влияние да се използват за изследване на куполите в стадий на гранично равновесие (загуба на устойчивост) и при изследване на загуба на носимоспособност на елементите.

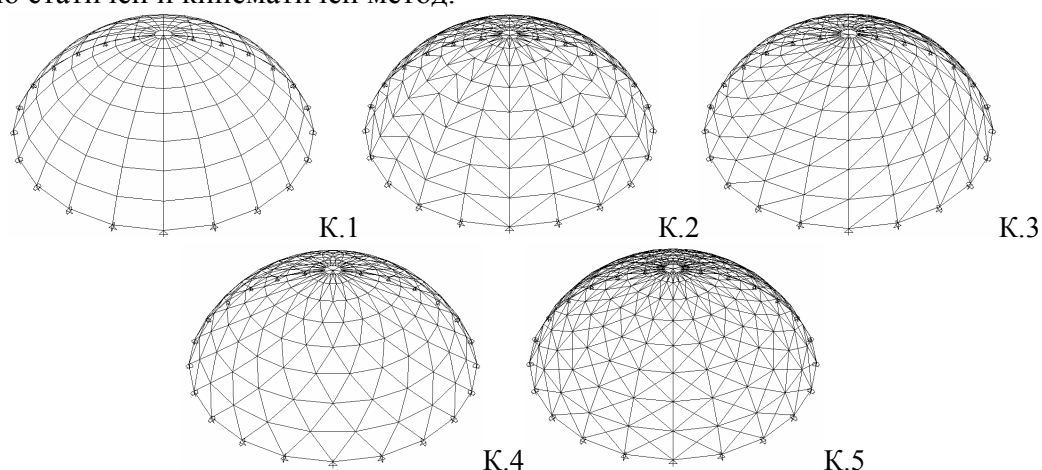
III.3. Описание на избраните изчислителни модели

Като обекти на изследване за построяване на повърхнини на влияние в пространствени прътови конструкции са разгледани пет представители на куполи. Куполите са условно означени съответно с К.1÷К.5, показани на фиг. III.1.

При генерирането на моделите са приети следните фиксирани параметри: диаметър на основата $D=30m$; диаметър на ключовия пръстен $r_k=1,65m$; централен полуъгъл $\alpha=50^\circ$ с кореспондираща височина $7m$; цикличен ъгъл при основата $\beta=15^\circ$; брой на паралелите, разделящи меридианните линии (вътрешни пръстени) $n=7$; корава връзка между елементите от структурната решетката.

За всички елементи на изследваните куполи са приети тръбни профили с еднакви геометрични характеристики на напречните сечения.

Избрани са пръти в меридианно и паралелно направление, както и диагонали, за които са построени повърхнините на влияние от вертикален към сферичната повърхност товар. В меридианно направление елементите са условно означени с R1÷R8 по височина, в пръстеновидно (паралелно) – с N1÷N7, а диагоналите – с D1÷D8, виж фиг. III.3. Изследването и графичното изобразяване е проведено с програмен продукт SAP2000 v.15, базиран на Метод на крайните елементи, по статичен и кинематичен метод.



фиг. III.1. Избрани представители на еднослойни сферични куполи.

III.4. Сравнителен анализ на получените резултати

След обработка на резултатите (в случая на ординатите η_i от повърхнините на влияние) за оценка на повърхнините на влияние за усилия в елементите от различните изчислителни модели ще въведем следните оценъчно-количествени показатели, виж табл. III.1÷табл. III.13:

- Абсолютна плътност $D_a = \sum |\eta_i|$; (III.1)

- Натискова плътност $D_c = \sum (-\eta_i)$; (III.2)

- Опънна плътност $D_t = \sum (\eta_i)$. (III.3)

Въз основа на тези показатели са определени следните коефициенти на участие:

- Коефициент на натискова активизация $K_c = |D_c| / D_a$; (III.4)

- Коефициент на опънна активизация $K_t = D_t / D_a$. (III.5)

табл. III.1. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи N1÷N8 от купол K.1.

Купол K.1	Елемент N1	Елемент N2	Елемент N3	Елемент N4	Елемент N5	Елемент N6	Елемент N7	Елемент N8
Абсолютна плътност	10,04093	10,77651	13,63414	17,10597	22,36825	28,29884	23,40680	55,29184
Натискова плътност	3,36861	4,46424	5,64791	7,40389	9,50266	11,88630	15,31720	47,24420
Опънна плътност	6,67232	6,31227	7,98623	9,70208	12,86559	16,41257	8,08963	8,04764
Коефициент на натискова активизация	0,33549	0,41426	0,41425	0,43282	0,42483	0,42003	0,65439	0,85445
Коефициент на опънна активизация	0,66451	0,58574	0,58575	0,56718	0,57517	0,57997	0,34561	0,14555

табл. III.2. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи R1÷R8 от купол K.1.

Купол K.1	Елемент R1	Елемент R2	Елемент R3	Елемент R4	Елемент R5	Елемент R6	Елемент R7	Елемент R8
Абсолютна плътност	17,20448	17,23988	17,44092	18,47907	20,17798	22,34387	23,97323	19,36880
Натискова плътност	14,06310	14,04160	14,03370	14,56140	15,47230	16,81900	18,11040	14,81860
Опънна плътност	3,14142	3,19832	3,40724	3,91768	4,70566	5,52487	5,86281	4,55018
Коефициент на натискова активизация	0,81741	0,81448	0,80464	0,78799	0,76679	0,75273	0,75544	0,76508
Коефициент на опънна активизация	0,18259	0,18552	0,19536	0,21201	0,23321	0,24727	0,24456	0,23492

табл. III.3. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи N1÷N8 от купол К.2.

Купол К.2	Елемент N1	Елемент N2	Елемент N3	Елемент N4	Елемент N5	Елемент N6	Елемент N7	Елемент N8
Абсолютна плътност	13,94943	15,28443	17,58251	20,35771	25,16538	32,66263	28,08289	50,77640
Натискова плътност	5,43306	6,56779	7,59599	8,98712	10,81070	14,10390	17,56560	44,36270
Опънна плътност	8,51637	8,71664	9,98652	11,37060	14,35473	18,62368	10,51733	6,41370
Коефициент на натискова активизация	0,38948	0,42970	0,43202	0,44146	0,42959	0,43181	0,62549	0,87369
Коефициент на опънна активизация	0,61052	0,57030	0,56798	0,55854	0,57042	0,57018	0,37451	0,12631

табл. III.4. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи R1÷R8 от купол К.2.

Купол К.2	Елемент R1	Елемент R2	Елемент R3	Елемент R4	Елемент R5	Елемент R6	Елемент R7	Елемент R8
Абсолютна плътност	10,91975	12,11153	14,66208	16,20706	16,98582	17,48466	19,11638	16,34712
Натискова плътност	10,84410	10,87240	12,35200	13,19060	13,70250	14,22770	15,48050	14,06200
Опънна плътност	0,07567	1,23910	2,31005	3,01642	3,28328	3,25697	3,63584	2,28513
Коефициент на натискова активизация	0,99307	0,89769	0,84245	0,81388	0,80670	0,81372	0,80980	0,86021
Коефициент на опънна активизация	0,00693	0,10231	0,15755	0,18612	0,19330	0,18628	0,19019	0,13979

табл. III.5. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи D1÷D8 от купол К.2.

Купол К.2	Елемент D1	Елемент D2	Елемент D3	Елемент D4	Елемент D5	Елемент D6	Елемент D7	Елемент D8
Абсолютна плътност	12,12255	13,03276	14,66877	16,75229	19,15772	22,32672	24,49630	26,00237
Натискова плътност	5,43281	6,83461	7,39514	5,43565	9,60125	11,23020	13,18520	13,91980
Опънна плътност	6,69974	6,19814	7,27363	8,31664	9,55647	11,09653	11,31107	12,08256
Коефициент на натискова активизация	0,44816	0,52442	0,50414	0,32447	0,50117	0,50299	0,53825	0,53533
Коефициент на опънна активизация	0,55267	0,47558	0,49586	0,49645	0,49883	0,49701	0,46175	0,46467

табл. III.6. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи N1÷N8 от купол К.3.

Купол К.3	Елемент N1	Елемент N2	Елемент N3	Елемент N4	Елемент N5	Елемент N6	Елемент N7	Елемент N8
Абсолютна плътност	13,78551	15,19409	17,58043	20,38176	25,09886	33,40569	24,65149	49,85031
Натискова плътност	5,14780	6,70759	7,65266	9,00621	10,76776	14,64770	16,02715	43,99518
Опънна плътност	8,63771	8,48650	9,92777	11,37555	14,33110	18,75799	8,62434	5,85514
Коефициент на натискова активизация	0,37342	0,44146	0,43529	0,44188	0,42901	0,43848	0,65015	0,88255
Коефициент на опънна активизация	0,62658	0,55854	0,56471	0,55812	0,57099	0,56152	0,34985	0,11745

табл. III.7. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи R1÷R8 от купол К.3.

Купол К.3	Елемент R1	Елемент R2	Елемент R3	Елемент R4	Елемент R5	Елемент R6	Елемент R7	Елемент R8
Абсолютна плътност	13,59671	15,71309	17,55100	19,47230	21,79930	24,27069	23,25710	22,01715
Натискова плътност	12,24556	13,27868	14,08001	15,03633	16,25997	17,76139	17,56269	15,43090
Опънна плътност	1,35115	2,43441	3,47099	4,43597	5,53933	6,50930	5,69442	6,58625
Коефициент на натискова активизация	0,90063	0,84507	0,80223	0,77219	0,74589	0,73180	0,75515	0,70086
Коефициент на опънна активизация	0,09937	0,15493	0,19777	0,22781	0,25411	0,26820	0,24485	0,29914

табл. III.8. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи D1÷D8 от купол К.3.

Купол К.3	Елемент D1	Елемент D2	Елемент D3	Елемент D4	Елемент D5	Елемент D6	Елемент D7	Елемент D8
Абсолютна плътност	11,77050	12,95688	14,66658	16,64650	19,08291	21,93817	21,39204	20,65200
Натискова плътност	5,87154	6,48172	7,33531	8,32488	9,55088	10,98795	10,82713	10,93716
Опънна плътност	5,89896	6,47516	7,33127	8,32162	9,53203	10,95022	10,56491	9,71484
Коефициент на натискова активизация	0,49883	0,50025	0,50014	0,50010	0,50049	0,50086	0,50613	0,52959
Коефициент на опънна активизация	0,50117	0,49975	0,49986	0,49990	0,49951	0,49914	0,49387	0,47041

табл. III.9. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи N1÷N8 от купол К.4.

Купол К.4	Елемент N1	Елемент N2	Елемент N3	Елемент N4	Елемент N5	Елемент N6	Елемент N7	Елемент N8
Абсолютна плътност	15,03210	15,92384	17,74967	20,13210	25,00676	33,72700	24,82763	49,56652
Натискова плътност	3,61882	5,07217	6,11569	7,54800	9,68622	13,99151	15,53811	43,87418
Опънна плътност	11,41328	10,85167	11,63398	12,58410	15,32054	19,73549	9,28952	5,69234
Коефициент на натискова активизация	0,24074	0,31853	0,34455	0,37492	0,38734	0,41485	0,62584	0,88516
Коефициент на опънна активизация	0,75926	0,68147	0,65545	0,62508	0,61266	0,58515	0,37416	0,11484

табл. III.11. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи N1÷N8 от купол К.5.

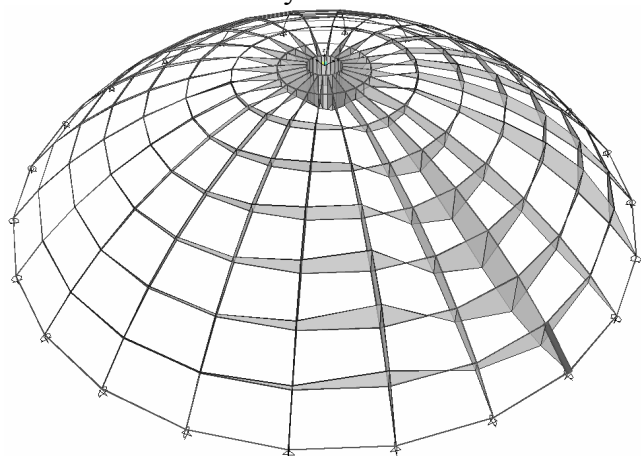
Купол К.5	Елемент N1	Елемент N2	Елемент N3	Елемент N4	Елемент N5	Елемент N6	Елемент N7	Елемент N8
Абсолютна плътност	5,94687	9,70829	12,57190	16,13823	22,32285	31,08551	26,44220	50,95880
Натискова плътност	2,75071	3,22188	4,18626	5,74846	7,97296	11,66974	15,40918	44,59017
Опънна плътност	3,19615	6,48640	8,38564	10,38977	14,34989	19,41577	11,03302	6,36864
Коефициент на натискова активизация	0,46255	0,33187	0,33299	0,35620	0,35717	0,37541	0,58275	0,87502
Коефициент на опънна активизация	0,53745	0,66813	0,66701	0,64380	0,64283	0,62459	0,41725	0,12498

табл. III.12. Оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за елементи R1÷R8 от купол К.5.

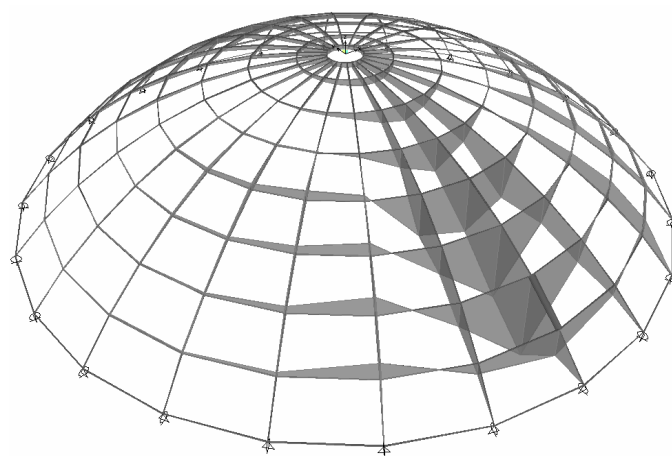
Купол К.5	Елемент R1	Елемент R2	Елемент R3	Елемент R4	Елемент R5	Елемент R6	Елемент R7	Елемент R8
Абсолютна плътност	17,65889	14,84072	16,52263	16,65483	15,75835	13,28647	8,61867	4,27336
Натискова плътност	16,81943	12,10175	12,98062	12,69113	11,76944	9,97715	6,71130	3,52352
Опънна плътност	0,83946	2,73897	3,54201	3,96370	3,98891	3,30932	1,90737	0,74984
Коефициент на натискова активизация	0,95246	0,81544	0,78563	0,76201	0,74687	0,75093	0,77869	0,82453
Коефициент на опънна активизация	0,04754	0,18456	0,21437	0,23799	0,25313	0,24907	0,22131	0,17547

III.4.1. Повърхнини на влияние за нормално усилие в представителни елементи от купол К.1.

На фигури от фиг. III.4 до фиг. III.29 са показани пространствени изображения на повърхнини на влияние за осово усилие в съответен елемент.



фиг. III.4. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R1, построена по статичен метод, за купол К.1.

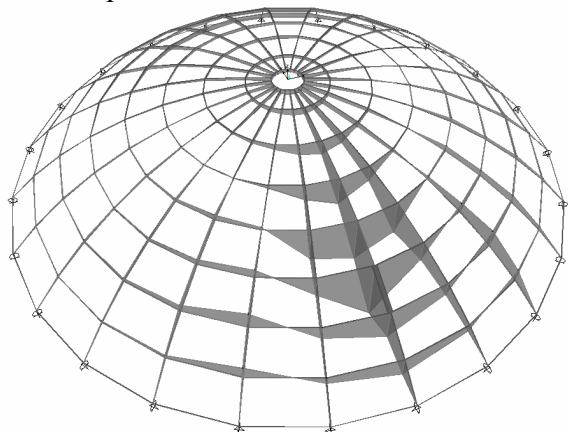


фиг. III.5. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R2, построена по статичен метод, за купол К.1.

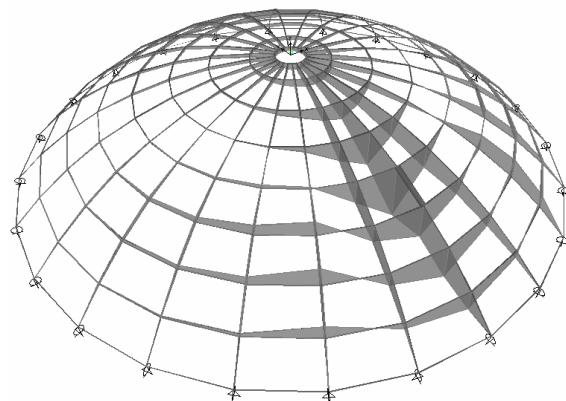
На фиг. III.4 е показано пространствено изображение на повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R1. Прието е ординатите, съответстващи на натисково усилие, да се нанасят отдолу, а съответните на опънно усилие - отгоре. От повърхнината на влияние се забелязва бързо симетрично "затихване" на пространствения ефект на влиянието след третия меридиан в ляво и в дясно, спрямо разгледания прът. Очевидно е, че най-голям принос върху нормалното усилие в пръта оказва зоната, заключена между двата съседни на него меридиана, която достига до най-

горното ниво. От табл. III.2 коефициентите $K_c=0,817$ и $K_t=0,183$ за усилюето в този прът показват каква част от натоварената куполна площ влияе върху знака на усилюето в елемента. Очевидно е, че общата зоната на натискава активизация заема 82% срещу 18% на опънна активизация. В първата половина на купола, зоната на натискава активизация е с по-голяма тежест. При равномерно разпределен симетричен товар, натоварените зони, предизвикващи опънна активизация ще доведат до намаляване на нормалното усилюето в пръта с 18%.

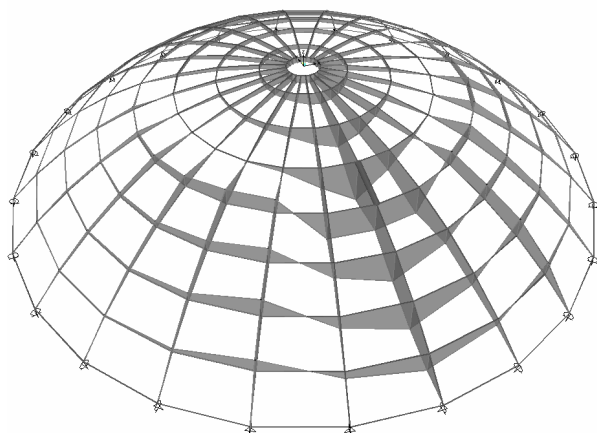
На фиг. III.5 е изобразена повърхнината на влияние за усилюето в меридианен прът R2. Получаването на гранични нормални (натискови и опънни) усилюя е аналогично с това за R1. Тенденцията на "затихване" се забелязва и тук след съседния меридиан вляво и вдясно, спрямо разглеждания прът. Коефициентите на натискава и опънна активизация са почти идентични с тези за елемент R1 - $K_c=0,814$ и $K_t=0,186$. Влиянието на натоварването от симетричен товар върху усилюето в пръта се запазва аналогично на R1.



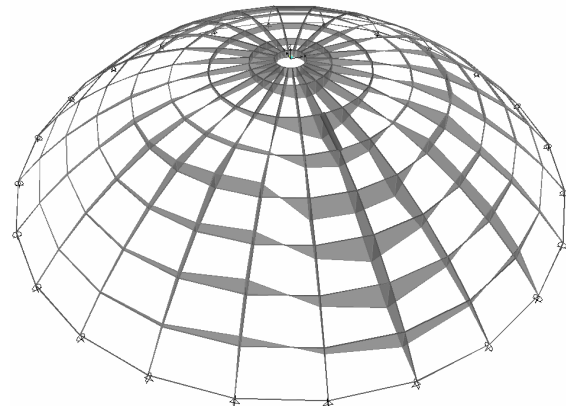
фиг. III.6. Повърхнина на влияние за нормално усилюе в елемент R3, построена по статичен метод, за купол К.1.



фиг. III.7. Повърхнина на влияние за нормално усилюе в елемент R4, построена по статичен метод, за купол К.1.



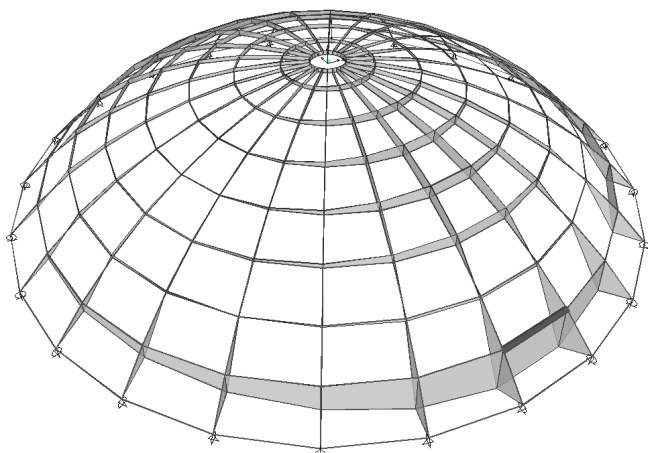
фиг. III.8. Повърхнина на влияние за нормално усилюе в елемент R5, построена по статичен метод, за купол К.1.



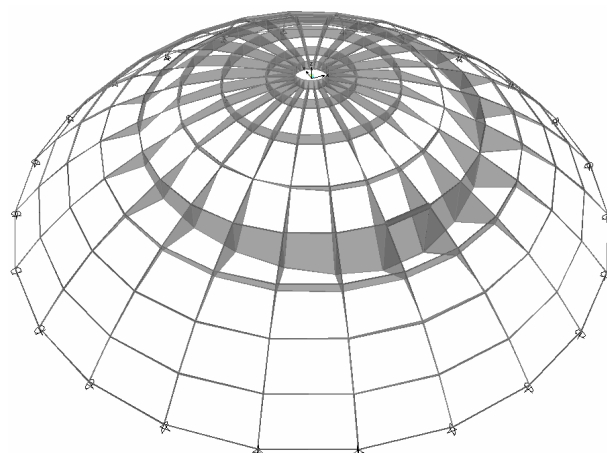
фиг. III.9. Повърхнина на влияние за нормално усилюе в елемент R6, построена по статичен метод, за купол К.1.

Повърхнината на влияние от вертикален товар за усилюето в прът R6 е илюстрирана на фиг. III.9. Приносът на отделните площи от ПВ, от които се получават гранични натискови и опънни усилюя, почти се запазва. За този случай коефициентите на натискава и опънна активизация са съответно $K_c=0,753$ и $K_t=0,247$.

На фиг. III.10 е показана повърхнината на влияние при вертикално натоварване за нормално усилюе и в прът N1 от втора паралелна линия (първи вътрешен пръстен). От нея се вижда, че максимално натисково усилюе се получава при натоварване на зоната между първия и третия паралелен пръстен в цялата предна половина на купола и малка част от задната половина. Коефициентът на натискава активизация е $K_c=0,335$. Натоварване по горните пръстени в първата половина на купола, поражда опънни усилюя в прът N1, или предизвиква разтоварване при симетрично и несиметрично разпределение на товара. Очевидно е, че най-голям принос върху стойността на нормалното усилюе има зоната на опънна активизация, за която коефициентът е $K_t=0,665$.



фиг. III.10. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N1, построена по статичен метод, за купол К.1.



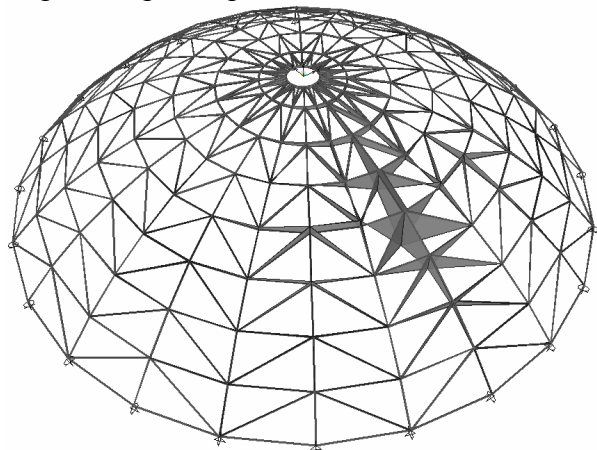
фиг. III.11. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N4, построена по статичен метод, за купол К.1.

На фиг. III.11 е изобразена повърхнината на влияние за нормалното усилие в прът N4 от четвърта паралелна линия. Аналогично, както за прът N1, максимални отрицателни усилия в N4 се получават при вертикално натоварване по кореспондиращия пръстен и съседния долностоящ етажнен пръстен в предната половината на купола. Коефициентът на натискова активизация е $K_c=0,433$. Опънни усилия се реализират при натоварване на зоната около горностоящите пръстени с коефициента на опънна активизация $K_t=0,567$.

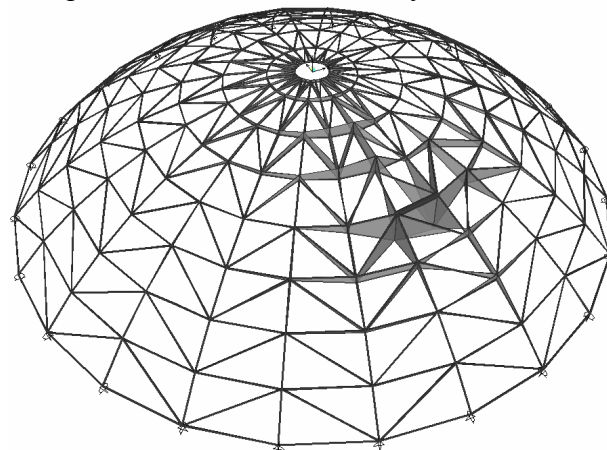
Можем да обобщим, че повърхнините на влияние за прътовите усилия в този тип структурна решетка са с максимуми по меридиана или пояса, върху който лежи прътът и затихват плавно с отдалечаване от разглеждания елемент. В случай на елемент върху меридиана работата на купола може да се схематизира донякъде като работа на взаимно съдействащи си дъги, стъпили върху опорния пръстен. Аналогични изводи могат да бъдат направени за всеки един от елементите в меридианно и паралелно направление, като се уточнят зоните на влияние, предизвикващи опънна или натискова активизация.

III.4.2. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.2.

На фиг. III.12÷фиг. III.14 са показани повърхнините на влияние за нормалните усилия в пръти R5, N4 и D5. Докато повърхнините на влияние за нормални усилия в същите пръти (R5 и N4) при купол К.1, както констатирахме, са симетрично очертани с плавно изменящи се стойности, то при повърхнините на влияние за купол К.2 се забелязва асиметрия на площите. За пръти от по-горни паралели, повърхнините се променят и се разширяват. При това площите, пораждащи отрицателни (натискови) усилия се стесняват в дясната и разширяват в лявата половина спрямо разглеждания меридиан (за елементи N и D). За площите, пораждащи положителни (опънни) усилия тенденцията е обратна - разширяване в долната дясна и стесняване в горната лява половина на купола.



фиг. III.12. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R5, построена по статичен метод, за купол К.2.



фиг. III.13. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N4, построена по статичен метод, за купол К.2.

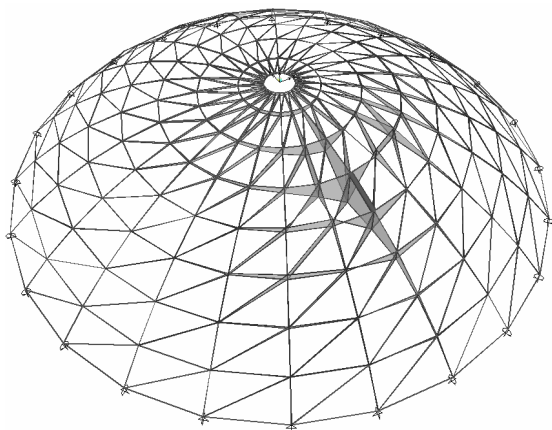
За натисковото усилие в прът R5, най-голям принос има вертикално натоварване в дясната предна половина, докато за прът N4 меродавна е лявата предна половина и малка част в горното ниво от дясната. Обяснението трябва да се търси в приетия вид структурна решетка, при която в горната зона на купола има ефект на закоравяване, поради концентрацията на конструктивни елементи на единица площ.

На фиг. III.14 е представена и повърхнината на влияние за нормално усилие в диагонален прът D5. Аналогично на меридианните пръти, повърхнината на влияние за нормално усилие в избрания прът има асиметрично очертание. За диагоналите от различните етажни нива по направление към върха, се наблюдава стесняване на зоната, пораждаща положителни усилия в дясната и разширяване в лявата предна половина на купола, спрямо диагонала. Обратно, зоната пораждаща отрицателни усилия се разширява в дясната и стеснява в лявата предна половина на купола. Очевидно е бързото "затихване" на въздействието при отдалечаване в паралелно направление на първо ниво след втория междинен сектор. Съществена особеност е скокообразната промяна в знака. На нивото на горния край на пръти D1, D3 и D6 в дясно от тях, знакът на усилието се променя от отрицателно в положително, и от ляво приема отрицателни стойности.

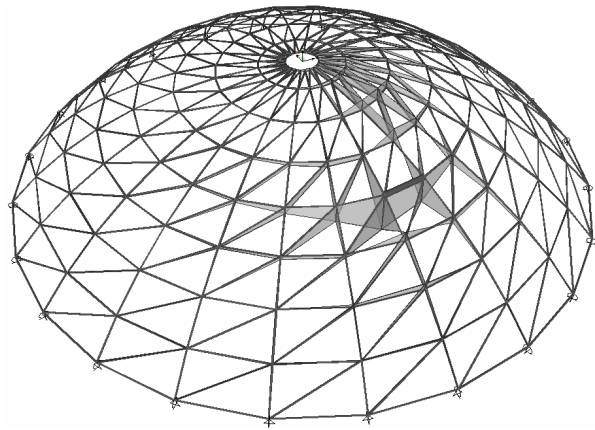
По долните нива е обратното – от дясно е отрицателен, а от ляво положителен. Тълкуването на "асиметрията" тук е свързано с факта дали диагоналят е "качващ" или "падащ".

III.4.3. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.3.

Тази куполна решетка произлиза от разглежданата при купол К.2 чрез замяна на посоката на диагоналите през поле и е препоръчвана в класическите литературни източници. На фиг. III.15 е показано пространствено изображение на повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R5.



фиг. III.15. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R5, построена по статичен метод, за купол К.3.



фиг. III.16. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N4, построена по статичен метод, за купол К.3.

От нея се забелязва, че пространственият ефект на влияние е съсредоточен в зоната около разгледания прът, т.е. налице е бързо "затихване" на влиянието с отдалечаване от елемента. Очевидно е, че най-голям принос върху нормалното усилие в пръта оказва зоната, заключена между двата съседни на него меридиана и паралела. Коефициентите $K_c=0,746$ и $K_t=0,254$ от табл. III.7 за усилието в този прът показват каква част от натоварената куполна площ влияе върху знака на усилието в елемента. Очевидно е, че общата зона на натискава активизация заема 75% срещу 25% на опънна активизация. В "предната" половина на купола, зоната на натискава активизация е с по-голяма тежест. При равномерно разпределен симетричен товар, натоварените зони, предизвикващи опънна активизация ще доведат до намаляване на нормалното усилието в пръта с 25%.

На фиг. III.16 е показана повърхнината на влияние при вертикално натоварване за нормално усилие в прът N4 от пета паралелна линия (четвърти вътрешен пръстен). От нея се вижда, че максимално натисково усилие се получава при натоварване на зоната между третия и петия паралелен пръстен в предната половина на купола. Коефициентът на натискава активизация е $K_c=0,442$, виж табл. III.6. Натоварване в частични зони от върха на купола, поражда опънни усилия в прът N4, или предизвиква разтоварване при симетрично и несиметрично разпределение на

товара. Очевидно е, че най-голям принос върху стойността на нормалното усилие има зоната на опънна активизация, за която коефициента $K_i=0,558$, виж табл. III.6.

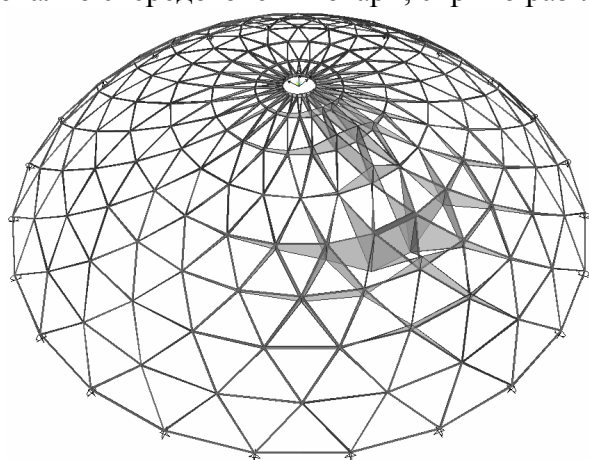
На фиг. III.17 е представена повърхнината на влияние за нормално усилие в диагонален прът D5. Поради специфичната морфология на купола ясно се очертават двете товарни зони, водещи до опънна и натискава активизация в разглеждания елемент.

Максимална натискава активизация в елемента се получава след прилагане на локално натоварване в зона, разположена в непосредствена близост до елемента (два меридианни и два паралелни сегмента). За максимална опънна активизация в елемента следва да се натовари локален участък, разположен отляво и над разглеждания елемент.

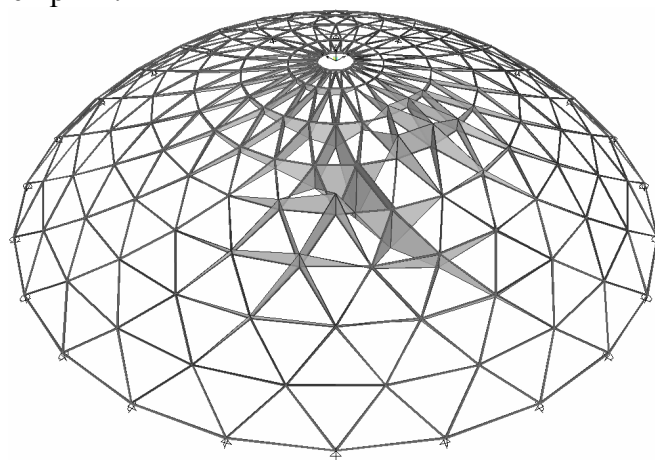
III.4.4. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.4.

На фиг. III.18 и фиг. III.19 са представени повърхнините на влияние за нормалните усилия в пръти N4 и D4.

Характерно за всички повърхнини на влияние е изразената симетрия в тях и влиянието на локално съсредоточени товари, спрямо разглежданите пръти.



фиг. III.18. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N4, построена по статичен метод, за купол К.4.



фиг. III.19. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент D4, построена по статичен метод, за купол К.4.

Натисковата зона се разполага по продължение на линията, образувана от елементите, с ориентацията на разглеждания. В участъците извън тази линия се наблюдава обръщане на знака на повърхнината на влияние, като се очертава зоната, водеща до опънна активизация в елемента. Забелязва се, че получените повърхнини на влияние не се простират върху цялата сферична повърхност, а в отделни зони около разглежданите пръти. Максимално натисково усилие в разглежданите пръти се получава при товар, разположен в зони под и над пръта по неговото направление.

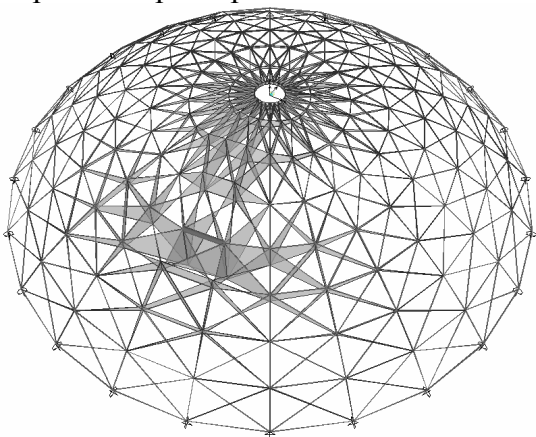
Трудно би се реализирало натоварване, за получаване само на натискови или опънни осови усилия. Вижда се, че в повечето случай при фиксиран (ососиметричен или несиметричен) товар и двете зони участват, като с по-голяма тежест е зоната с отрицателно влияние. От табл. III.10 е видно, че за елемент D4 коефициентът на натискава активизация от вертикален товар е 0,681, а коефициентът на опънна активизация - 0,319.

За елементи от вътрешните паралелни пръстени се наблюдава обратната зависимост. Например при елемент N4 коефициентът на натискава активизация от вертикален товар е 0,375, а коефициентът на опънна активизация - 0,625. Зоната с максимално отрицателно влияние е разположена по съответното паралелно ниво, от което е избраният елемент. Най-големи са стойностите от повърхнината на влияние във възлите ограничаващи пръта, като при отдалечаване се наблюдава постепенно затихване. Ясно се вижда, че зоната на съществено влияние е доста стеснена за елементите от най-долните пръстени и постепенно се разширява за елементите от горните пръстени. За участъка с максимално положително влияние е налице обратна тенденция – разширен диапазон за елементите от долностоящите пръстени и постепенно стесняване по височина на купола. Очевидно е, че най-неблагоприятно е несиметричното разполагане на вертикалното натоварване (в предната половина от купола).

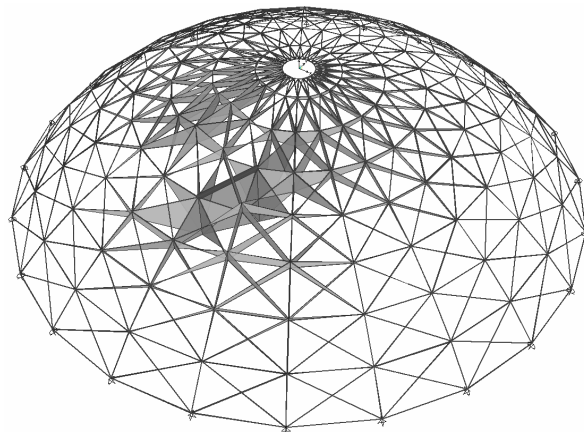
III.4.5. Повърхнини на влияние за нормално усилие за елементи от купол К.5.

Логично, при този тип куполна решетка се наблюдава значим ефект на "закоравяване" на структурата в зоната на горния куполен пръстен. В резултат е налице "изтегляне" на площите от повърхнините на влияние към горния пръстен.

На фиг. III.20 е показано пространствено изображение на повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент R5. От нея се забелязва симетрично "затихване" на пространствения ефект на влиянието след третия меридиан в ляво и в дясно, както и по два паралела под и над разглеждания прът. Очевидно е, че най-голям принос върху нормалното усилие в пръта оказва очертаната зона. От табл. III.12 коефициентите $K_c=0,747$ и $K_t=0,253$ за усилюето в този прът показват каква част от натоварената куполна площ влияе върху алтернативното усилие в елемента. Очевидно е, че общата зоната на натискава активизация заема 75% срещу 25% на опънна активизация. При равномерно разпределен симетричен товар, натоварените зони, предизвикващи опънна активизация, ще доведат до намаляване на нормалното усилието в пръта с 25%. От повърхнината на влияние е видно, че зоната, водеща до натискава активизация е разположена по направление на дъгата, съставна част от която е елементът. Странично зоната затихва много бързо и до съседните меридианни дъги повърхнината на влияние е сменила знака си. Ясно са очертани и трите зони, водещи до опънна активизация в елемента, а именно: върха на купола и двете странични зони, симетрични спрямо разглеждания елемент.



фиг. III.21. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N4, построена по статичен метод, за купол К.5.



фиг. III.22. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент D5, построена по статичен метод, за купол К.5.

На фиг. III.21 е показана повърхнината на влияние при вертикално натоварване за нормално усилие в прът N4 от петата паралелна линия (четвърти вътрешен пръстен). От нея се вижда, че максимално натисково усилие се получава при натоварване на зона в непосредствена близост до пети паралел, обхващаща три съседни меридиана. Коефициентът на натискава активизация е $K_c=0,356$. Натоварване по горните и долните пръстени в същата зона (три съседни меридиана) от купола, поражда опънни усилия в прът N4, или предизвиква разтоварване при симетрично и несиметрично разпределение на товара. Очевидно е, че най-голям принос върху стойността на нормалното усилие има зоната на опънна активизация, за която коефициента $K_t=0,644$.

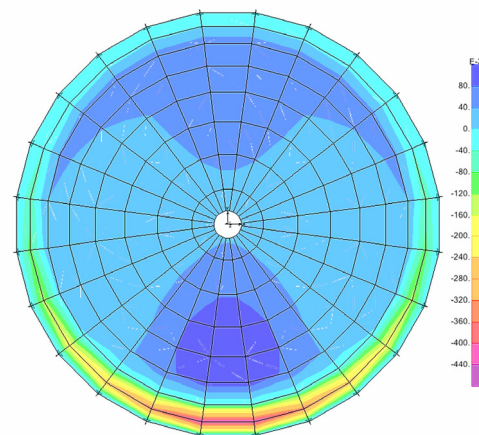
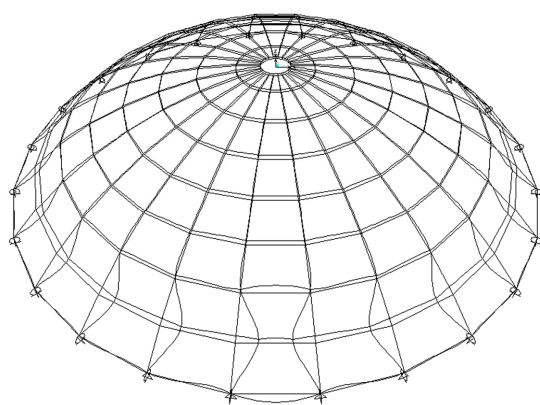
На фиг. III.22 е представена повърхнината на влияние за нормално усилие в диагонален прът D5. Аналогично на диагоналните пръти от купол К.3, повърхнината на влияние за нормално усилие в избрания прът има асиметрично очертание. Поради специфичната морфология на купола ясно се очертават двете товарни зони, водещи до опънна и натискава активизация в разглеждания елемент.

Максимална натискава активизация в елемента се получава след прилагане на локално натоварване в зона, разположена в непосредствена близост до елемента (два меридианни и два паралелни сегмента). За максимална опънна активизация в елемента следва да се натовари локален участък, разположен отляво и над разглеждания елемент. Сходството във вида на повърхнините на влияние за диагонален елемент от куполи К.3 и К.5 води до близки по стойност коефициенти на опънна и натискава активизация. Те могат да бъдат разгледани в табл. III.13.

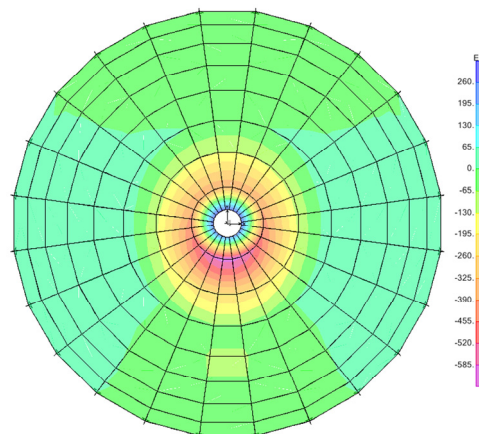
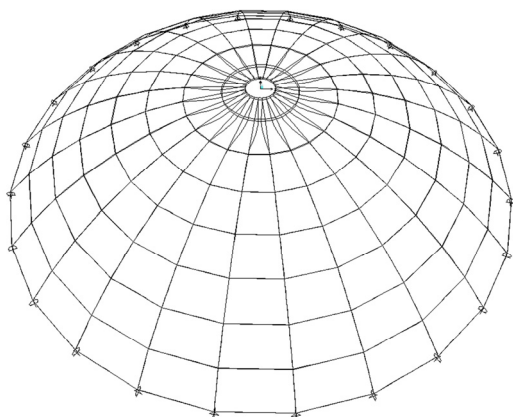
Всичко казано до тук подчертава опасното влияние на локализацията на товара при поява на екстремни алтернативни усилия в елементите. Следователно такива товарни въздействия по възможност трябва да бъдат избягвани или внимателно проверявани.

III.5. Прилагане на кинематичен метод за илюстриране на повърхнини на влияние

На фигури от фиг. III.9 до фиг. III.15 е използван и друг подход за представяне на повърхнината на влияние за нормално усилие, получена чрез кинематичен метод. При тази визуализация ясно се очертават зоните на опънна и натискова активизация в съответен елемент.



фиг. III.23. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N1 от купол K.1, построена по кинематичен метод



фиг. III.29. Повърхнина на влияние за нормално усилие в елемент N7 от купол K.1, построена по кинематичен метод

III.6. Заключение и изводи

Повърхнините на влияние дават ясна представа за приноса на определено натоварване върху крайната стойност на усилието в съответен елемент. Лесно могат да се определят зоните на натоварване с цел получаване на гранична стойност на нормалното усилие в елемент от решетката. С тяхна помощ удобно се оценяват граничните стойности на търсените величини, чрез възможно разполагане на натоварване за всяка конкретна ситуация (случайна или извънредна) на външно въздействие, макар че в повечето случаи това е трудно да се отчете.

Поради различната структурна конфигурация на решетките, повърхнините на влияние за усилията нямат сходство помежду си. От построените ПВ е видно, че най-голям принос върху нормалното усилие за разглеждан елемент оказва зоната в непосредствена близост до него. С отдалечаване на приложните точки на силите се наблюдава затихване на влиянието, като този ефект е пространствен и зависи от коравината на структурната решетка. Очевидно, колкото ПВ е по-концентрирана в близка област около даден елемент (с бързо „затихване“), толкова по-корава е куполната система. По повърхнината на влияние може да се съди за коравината на системата, а именно от очертаването на площта (зоната, в която тя се простира) и нейният количествен показател. Резултатите, получени в тази глава, ще бъдат използвани в следващата при изследване на приетите типове куполни решетки в гранично състояние.

Глава IV: Изследване в гранично състояние. Комбинирани механизми на разрушение.

IV.1. Изследване на устойчивост. Видове неустойчиви форми за еднослойни куполи. Изследване в гранично състояние на купол К.3.

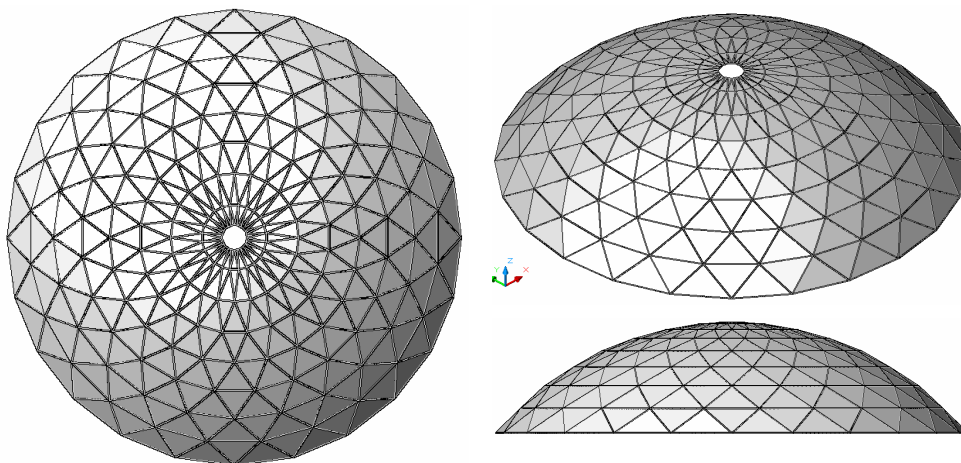
IV.1.2. Изследване в гранично състояние на избран мрежест купол при отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти.

В тази глава е изследван представител на еднослойни дискретни сферични куполи в гранично състояние, виж фиг.IV.1. Загубата на устойчивост на този купол е свързана със скрита форма на измятане на конструктивни елементи при достигане на критичната сила. Изследването в гранично състояние на решетката на този купол изисква да се отчетат следните особености в деформираното и напрегнато състояние:

- Поради преобладаващите натискови усилия в прътите на купола и тяхната определяща роля за осигуряване на устойчивост и коравина, се приема, че механизмите на разрушение ще се получат при изключване от работа на най-напрегнатите натискови пръти.

- Нецелесъобразно (практически невъзможно) е, поради големият брой пръти и възли, да се търсят независими механизми на разрушение при действие на параметрично нарастваща сила във всеки отделен възел, които да служат за получаване на съчетани механизми и съответно търсене на минимална стойност на критичния товарен параметър.

В случая са приети следните фиксирани параметри: диаметър на основата $D=30m$; диаметър на ключовия пръстен $d_k=1,65m$; цикличен ъгъл при основата $\theta=15^\circ$; централен полуъгъл $\alpha=50^\circ$ и кореспондираща височина на купола $H=7m$; брой на паралелите, разделящи меридианните линии (вътрешни пръстени) $n=7$; корава връзка на елементите с опорния пръстен; корава връзка между елементите от структурната решетка.



фиг.IV.1. Избран представител от дискретни сферични куполи.

За конструктивните елементи са приети напречни сечения от тръбни профили, а именно $\varnothing 83 \times 4$ с площ $A=9,93cm^2$, инерционен момент $I=77,64cm^4$ и инерционен радиус $i=2,8cm$. Профилите са от стомана S235JRH по EN 10219-2 с изчислително съпротивление на стоманата $R_y=235MPa$.

Спрямо дължините на прътите (L_i) от решетката и тяхната стройност (λ_i), за различните нива е определена граничната носимоспособност на натиск на елементите ($N_{cr,i}$), виж табл.IV.1.

		Дължина на елемента, L_i [cm]	Гранична носимоспособност на натиск, $N_{cr,i}$ [kN]
Елемент	I ниво	283,45	119,9081
	II ниво	270,55	126,7467
	III ниво	257,48	133,9074
	IV ниво	244,87	141,0374
	V ниво	233,43	147,6940
	VI ниво	223,93	153,3577
	VII ниво	217,08	157,5181
	VIII ниво	132,32	191,7595

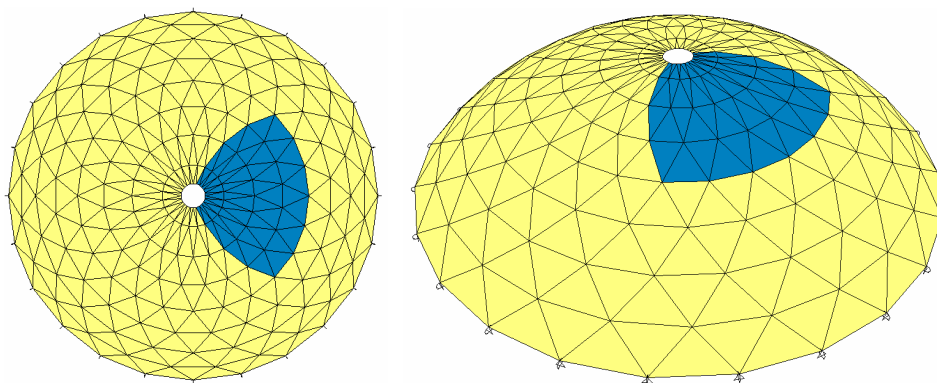
табл.IV.1. Гранична носимоспособност на натиск ($N_{cr,i}$) на елементите.

Численото решение е проведено с програмен продукт, базиран на Метода на крайните елементи, като са разгледани различни случаи на локални и несиметрични натоварвания, съобразени с построените повърхнини на влияние в предишната глава. За определяне на критичната стойност на параметъра на натоварване е използвано стъпково нарастване на товара с последователни приближения, до намиране на гранично равновесно състояние на системата. При достигане на гранична носимоспособност на натиск на даден елемент се приема, че той излиза от работа и при следващия изчислителен етап приносът му не се взема предвид. Изследването е проведено в условията на геометрична нелинейност, отчетена с $P-\Delta$ ефекта, т.е. влияние на нормалните усилия върху коравината на системата, като се предполага, че преместванията нарастват след изключване на елементи от работа. Условията за равновесие се записват спрямо деформирано положение на структурата.

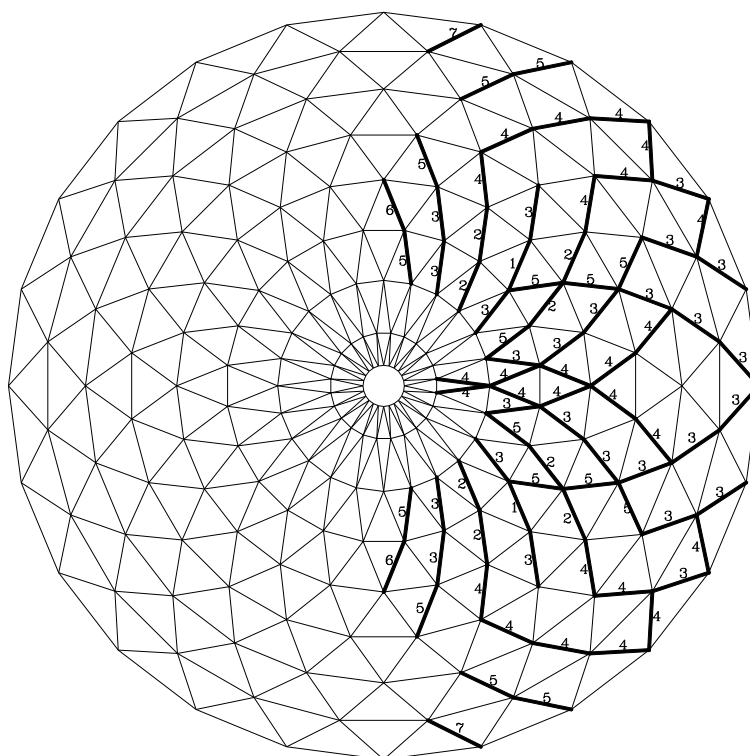
IV.1.3. Анализ на получените резултати.

IV.1.3.1. I^{ви} случай на натоварване.

Поради изказаните съображения и в съответствие с построените повърхнини на влияние е приложено локално натоварване, съобразно с фиг.IV.2, нарастващо от начална стойност $q_1 = 1 \text{ kN/m}^2$ с аналогична стъпка.

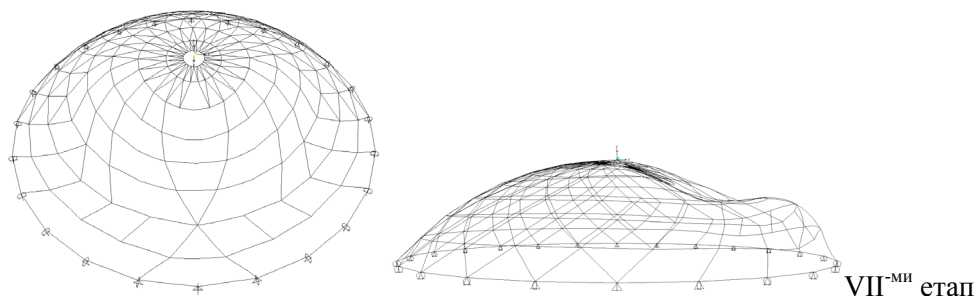


фиг.IV.2. Локално разпределен товар I^{ви} случай.

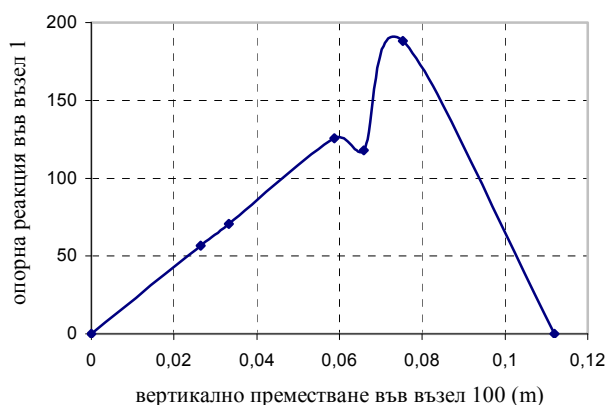


фиг.IV.3. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност на натиск при локално разпределен товар I^{ви} случай.

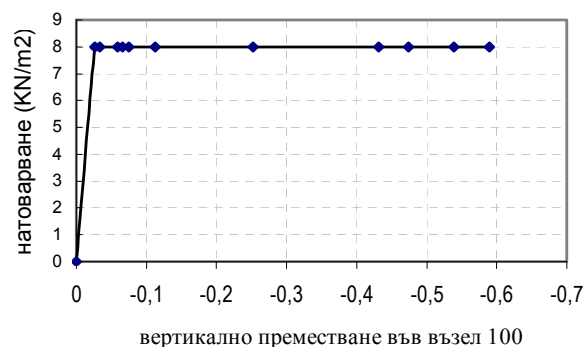
При стойност на товара $q_8=8\text{ kN/m}^2$ два пръта са загубили устойчивост и се изключват на следващия изчислителен етап. При запазено натоварване започва прогресивно изключване на осем пръта, след което излизат от строя последователно още 26, 26, 16, 2 и 2 пръта. Този процес е илюстриран на фиг.IV.3. При достигнато натоварване $q_8=8\text{ kN/m}^2$ от работа излизат общо 82 пръта, след което се получава локално разрушен участък. Деформирани схеми на етапите, през които настъпва последователно изключване на пръти, и съответните им деформирани състояния са илюстрирани на фиг.IV.4.



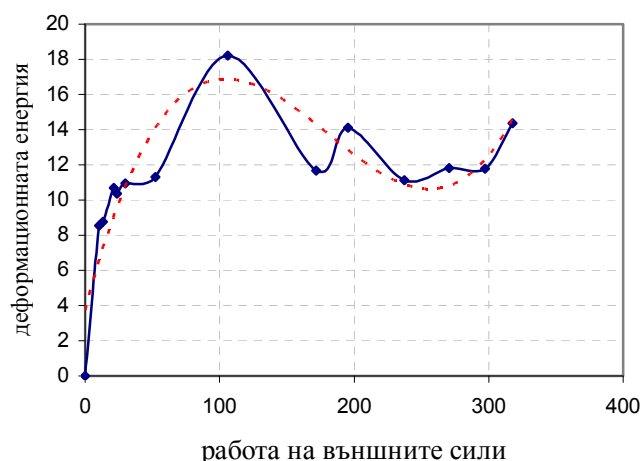
фиг.IV.4. Последен етап от последователното изключване на пръти и съответните му деформирани схеми при локално разпределен товар I-ви случай.



фиг.IV.6. Зависимост опорна реакция във възел 1 — вертикално преместване във възел 100.



фиг.IV.7. Графика на гранично поведение



фиг.IV.8. Изменение на деформационната енергия спрямо работата на външните сили

На графиката от фиг.IV.7 е отразено граничното поведение на купола, изразено чрез конститутивната зависимост $F-\Delta$ на възел от трето ниво. В съответствие с фиг.IV.6 е интересно да се отбележи следното: макар по същество разрушаването да се дължи от последователно изключване от работа на максимално натиснати пръти, работещи в еластичен стадий, поради отчитането на геометричната нелинейност, общото поведение на системата имитира идеално

еласто-пластично поведение. На графиката от фиг.IV.6 достигането на гранично състояние е илюстрирано чрез зависимостта $Rz-\Delta$ (опорна реакция във възел 1 – вертикално преместване на възел 100). Подобни зависимости могат да се построят и чрез величини (нормални усилия в елементи - премествания, опорна реакция и премествания) в други характерни възли.

Полезно е да се провери изменението на деформационният потенциал на системата при гранично нарастване на товара т.е.

$$W_{втр.} = W_{внш.}, \quad (IV.1)$$

където

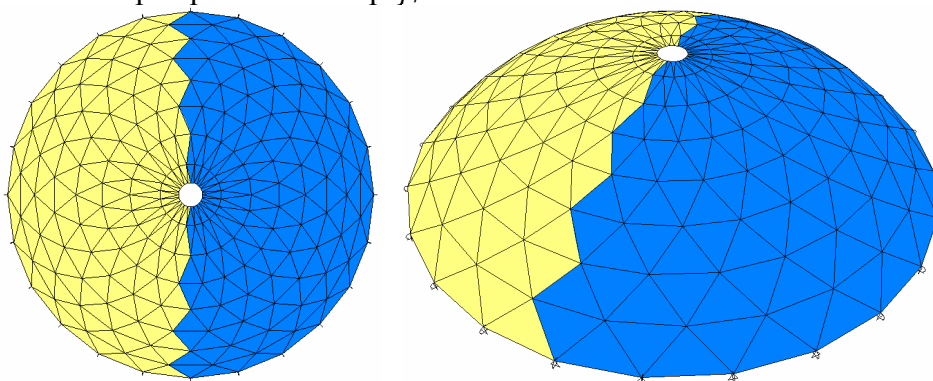
$$W_{втр.} = \sum_{i=1}^m \int \frac{N_i^2}{EA} - \text{потенциална енергия на деформациите} \quad (IV.2)$$

$$W_{внш.} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \Delta_i - \text{работа на външните сили} \quad (IV.3)$$

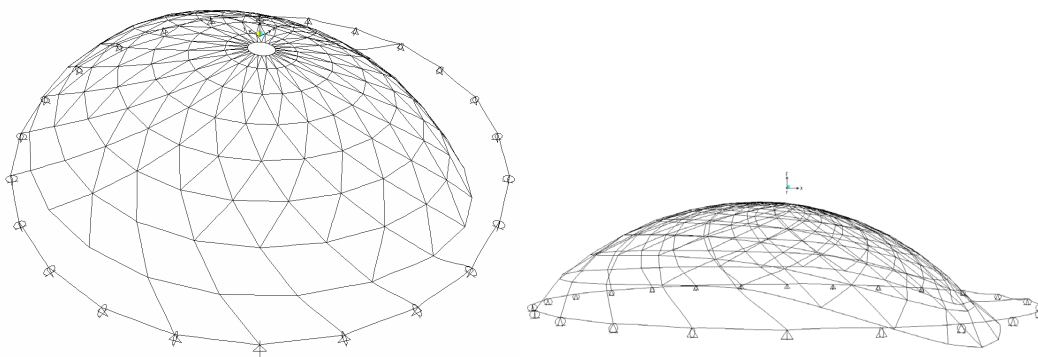
С оглед на спецификата на задачата в работата на вътрешните сили се отчита приносът на нормалните усилия. В съответствие с това изискване на фиг.IV.8 е изобразена зависимостта между изменение на деформационната енергия спрямо работата на външните сили. С пунктираната линия е изобразена обвивката на получените резултати според зависимост (IV.2). Очевидно е че при последователното изключване на натиснати пръти от работа, в даден момент системата не акумулира потенциалната енергия и преминава в ново равновесно състояние, т.е. се наблюдава явлението "хлътване" (snap of through).

IV.1.3.2. II^{ри} случай на натоварване.

Във II^{ри} случай натоварването е приложено несиметрично в отношение 2:1 спрямо една от осите (напр. ос Y) на купола, виж фиг.IV.9. Характерно за случая е излизане от работа на голям брой пръти от първо ниво при граничен товар $q_4 = 4 \text{ kN/m}^2$.



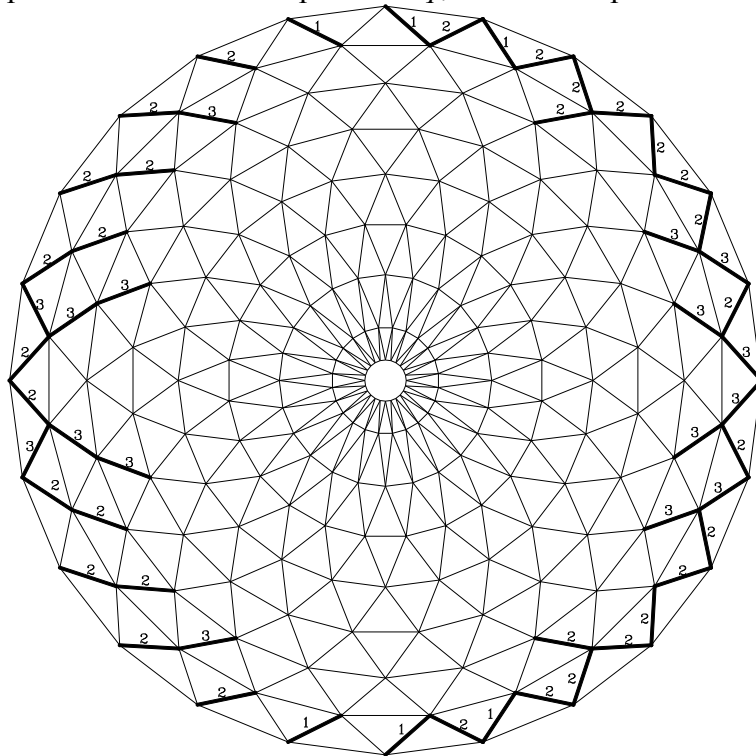
фиг.IV.9. Несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.



фиг.IV.11. Последен етап от последователното изключване на пръти и съответните му деформирани схеми при несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.

Първо загубват устойчивост прътите с номер "1", което води до донатоварване на пръти "2", които се изключват при следващия етап и процесът продължава докато конструкцията престане да изпълнява своето експлоатационно предназначение, виж фиг.IV.10. Това своевременно води до претоварване на поредни групи елементи, нарастване на преместванията и разрушение на купола. Етапите на изключване на пръти и съответните им деформирани схеми са показани на фиг.IV.11.

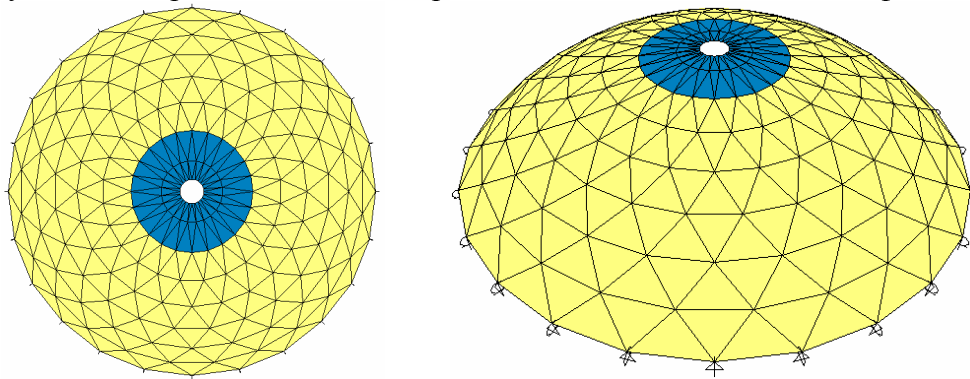
Процесът на последователно излизане от строя на посочените пръти е прогресивен, наподобяващ "ефекта на домино". При достигнато натоварване от $q_4 = 4kN/m^2$ от работа излизат общо 54 пръта.



фиг.IV.10. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност на натиск при несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.

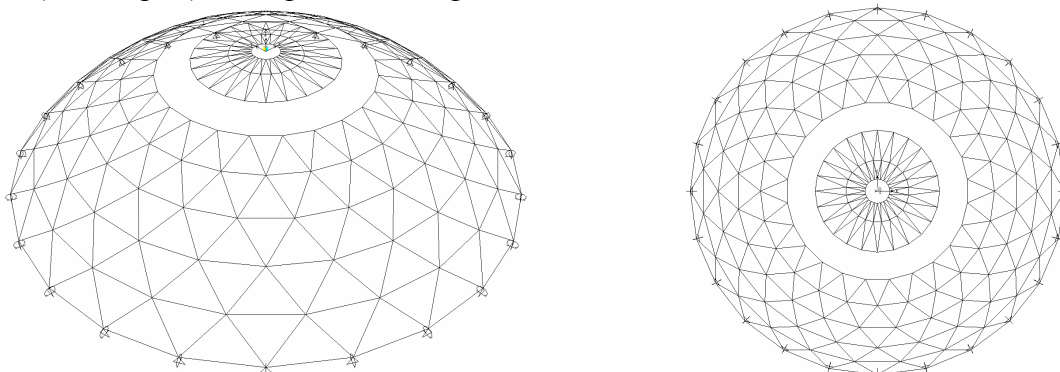
IV.1.3.4. IV^{ти} случай на натоварване.

В този случай натоварването е локализирано на седмо и осмо ниво, виж фиг.IV.16.

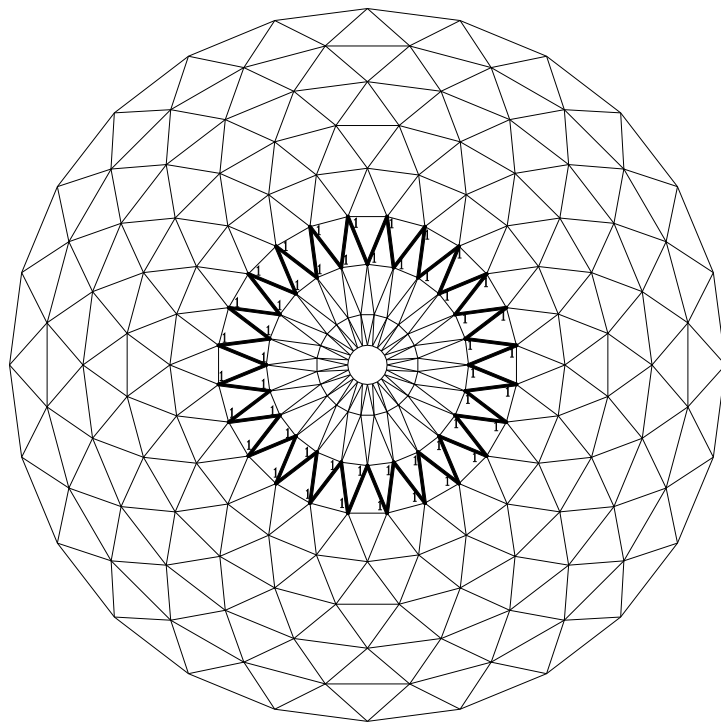


фиг.IV.16. Локално разпределен товар IV^{ти} случай.

След проведеното стъпково натоварване, стойността на товара, при която настъпва загуба на устойчивост на меридианни пръти е $22kN/m^2$. Наблюдава се изключване на прътите от шесто ниво на един етап (48 на брой), виж фиг.IV.17 и фиг.IV.18.



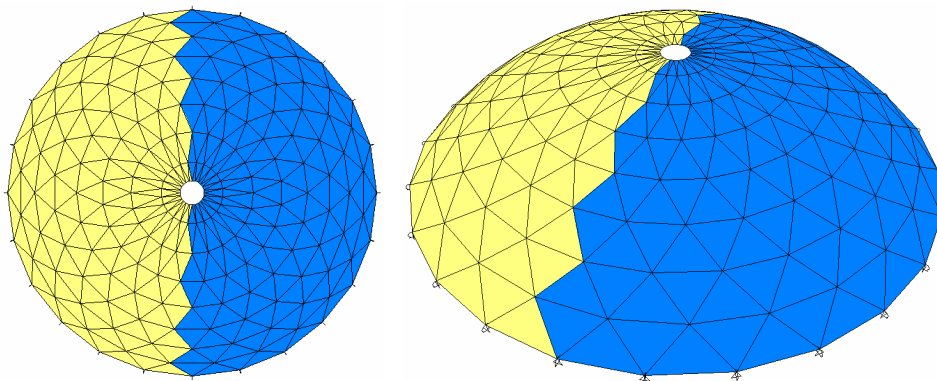
фиг.IV.18. Разрушение при локално разпределен товар IV^{ти} случай.



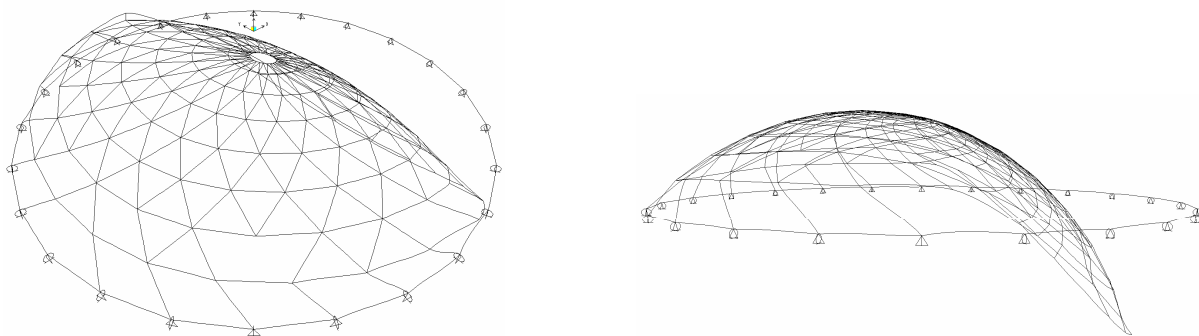
фиг.IV.17. Брой и местоположение на пръти, изчерпили своята носимоспособност на натиск при локален товар IV^{-ти} случай.

IV.1.3.6. VI^{-ти} случай на натоварване.

В VI^{-ти} случай натоварването е приложено несиметрично в отношение 3:1 спрямо една от осите (напр. ос Y) на купола, виж фиг.IV.25.



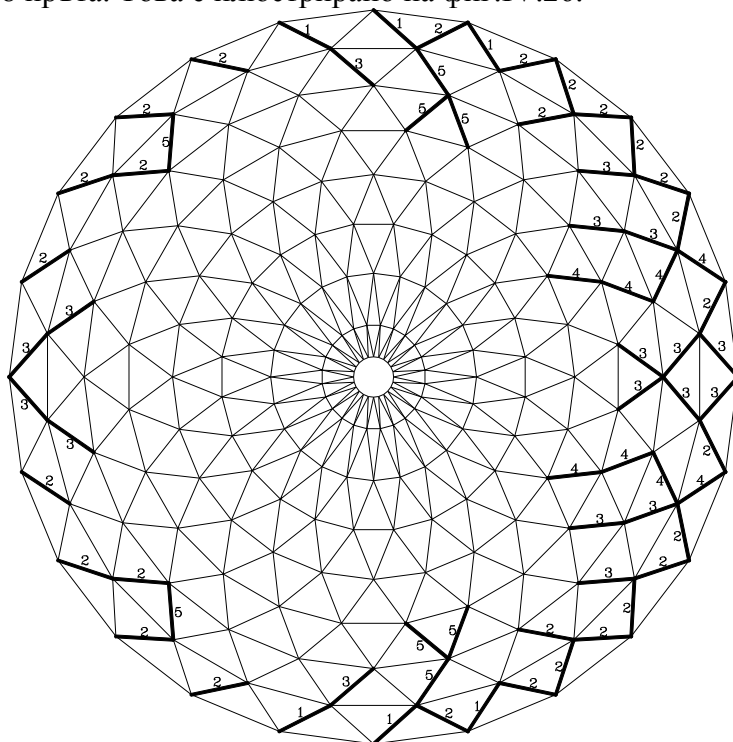
фиг.IV.25. Несиметричен разпределен товар VI^{-ти} случай.



фиг.IV.28. Пети етап от последователното изключване на пръти и съответната му деформирана схема при локално разпределен товар VI^{-ти} случай.

Отново, както при II^{-ри} случай на натоварване, се наблюдава излизане от работа на голям брой пръти от първо ниво при граничен товар $q_4=4kN/m^2$. На първи етап 6 пръта загубват устойчивост (означени с номер "1"), което води до претоварване на нови 28 пръта (означени с номер "2"), който също се изключват от работа при следващия етап и това продължава докато

конструкцията престане да изпълнява своето експлоатационно предназначение. Процесът е прогресивен и наподобява "ефекта на доминото". При достигнато натоварване от $q_4=4\text{kN/m}^2$ от работа излизат общо 68 пръта. Това е илюстрирано на фиг.IV.26.



фиг.IV.26. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност на натиск при локално разпределен товар VI-ти случай.

IV.2. "Комбинирани" механизми на разрушение на купол К.3 при едновременно отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти и изчерпване на якостна носимоспособност в опънати пръти.

IV.2.1. Описание на избрания изчислителен модел.

В настоящето числено решение с помощта на програмен продукт SAP2000 са разгледани шест различни случая на локални и несиметрични натоварвания за изследване поведението на купола К.3. Приети са следните изчислителни характеристики за елементите: напречни сечения на елементите от решетката: $\varnothing 83.4$ (табл.IV.2-а); напречно сечение на опорния пръстен: 2Т сечение (табл.4.2-б); изчислително съпротивление на стоманата: $R_y=235\text{ MPa}$.

табл.IV.2. а) Геометрични характеристики на приетото напречно сечение на елементите от решетката; б) Геометрични характеристики на приетото напречно сечение на опорния пръстен.

A=	9,93	cm ²	A=	138,08	cm ²	I _y =	8577,88	cm ⁴
I=	77,64	cm ⁴	I _x =	120006,71	cm ⁴	W _y =	490,16	cm ³
W=	18,71	cm ³	W _x =	3428,76	cm ³	i _y =	7,88	cm
i=	2,80	cm	i _x =	29,48	cm	y _c =	350,00	mm
			S _x =	1901,78	cm ³	S _y =	740,41	cm ³

а)

б)

Спрямо дължините на прътите (L) от решетката за различните нива е определена тяхната стройност (λ) и гранична носимоспособност на натиск и опън (N_{cr}), виж табл.4.4 и табл.4.5.

табл.IV.4. а) Гранична носимоспособност на натиск на диагоналните елементи; б) Гранична носимоспособност на натиск на пръстеновидните елементи.

	L_i [cm]	$N_{cr,i}$ [kN]		L_i [cm]	$N_{cr,i}$ [kN]
I ниво	283,45	119,91	Пръстен I ниво	353,48	86,75
II ниво	270,55	126,75	Пръстен II ниво	311,18	105,98
III ниво	257,48	133,91	Пръстен III ниво	265,18	129,66
IV ниво	244,87	141,04	Пръстен IV ниво	216,03	158,16
V ниво	233,43	147,69	Пръстен V ниво	164,31	191,72
VI ниво	223,93	153,36	Пръстен VI ниво	110,64	221,69
VII ниво	217,08	157,52	Пръстен VII ниво	55,65	221,69
VIII ниво	132,32	191,76	Пръстен VIII ниво	21,54	221,69
			Опорен пръстен	391,57	2911,44

а)

б)

Гранична носимоспособност на опън на елементите е $221,69 kN$.

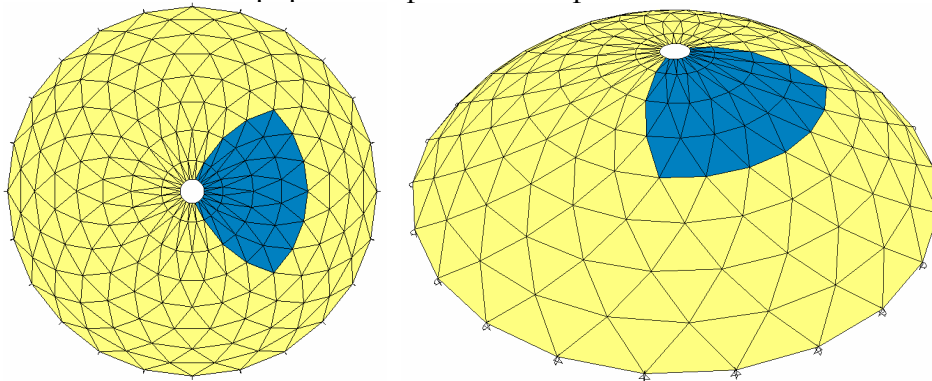
При достигане на граничната носимоспособност N_{cr} , се приема, че прътът излиза от работа и при следващият изчислително етап приносът му не се отчита. Геометричната нелинейност е отчетена с $P-\Delta$ ефекта, т.е. влияние на нормалните усилия върху коравината на системата, като се предполага че преместванията ще нарастват след изключване на елементи от работа.

Локалните и несиметрични натоварени участъци са избрани спрямо построените повърхнини на влияние по такъв начин, че да може да се уточни при кой случай граничният товар е минимален.

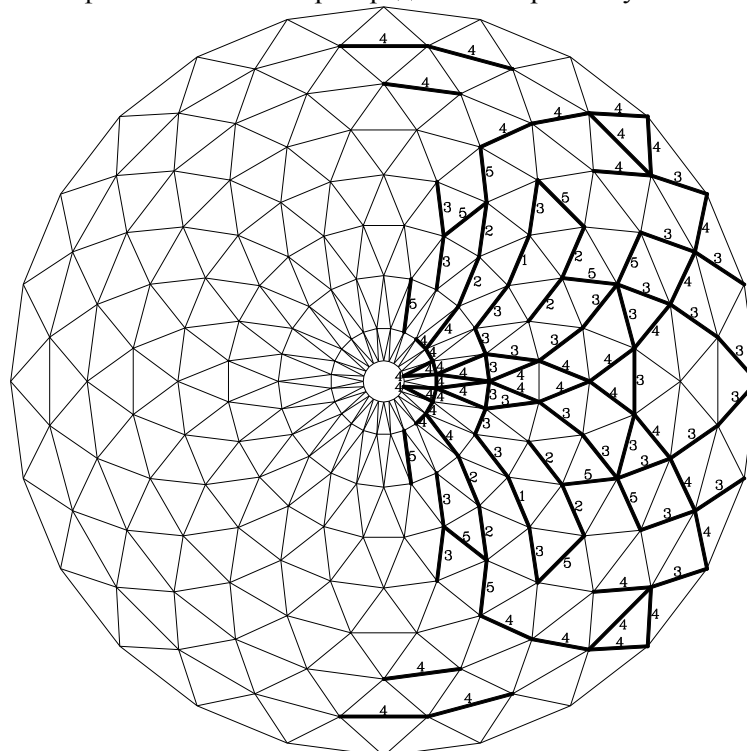
IV.2.2. Анализ на получените резултати

IV.2.2.1. Γ^{VI} случай на натоварване

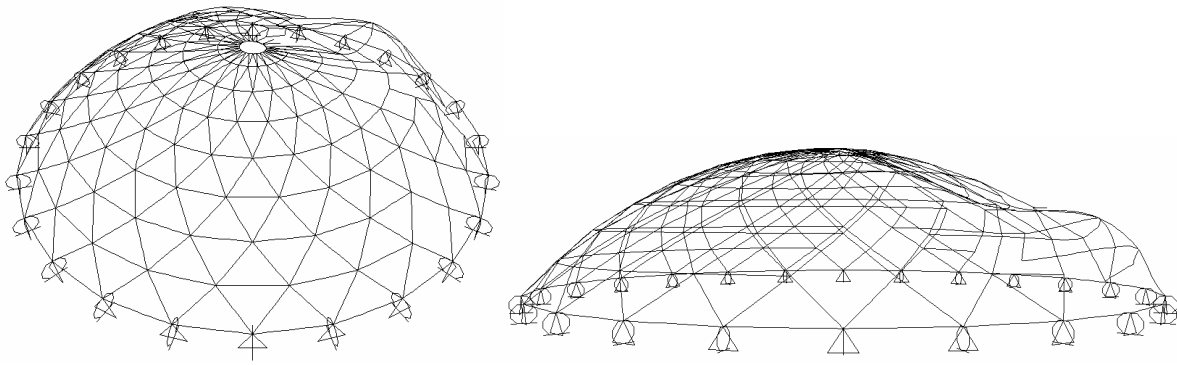
Поради изказаните съображения и в съответствие с построените повърхнини на влияние е приложено локално натоварване, съобразно с фиг.IV.2, нарастващо от начална стойност $q_1 = 1 kN/m^2$ с аналогична стъпка. При стойност на $q_8 = 8 kN/m^2$, два пръта са изчерпили носимоспособността си и се изключват при следващия изчислителен етап. При запазено натоварване започва прогресивно изключване на 8 пръта, след което излизат от строя последователно още 33, 47, 12, пръта. Този процес е илюстриран на фиг.IV.30. При достигнато натоварване от $q_8 = 8 kN/m^2$ от работа излизат общо 102 пръта, след което се получава локално разрушен участък. Деформирани схеми на етапите, през който настъпва последователно изключване на пръти, и съответните им деформирани състояния са илюстрирани на фиг.IV.31 и фиг.IV.32.



фиг.IV.2. Локално разпределен товар Γ^{VI} случай.



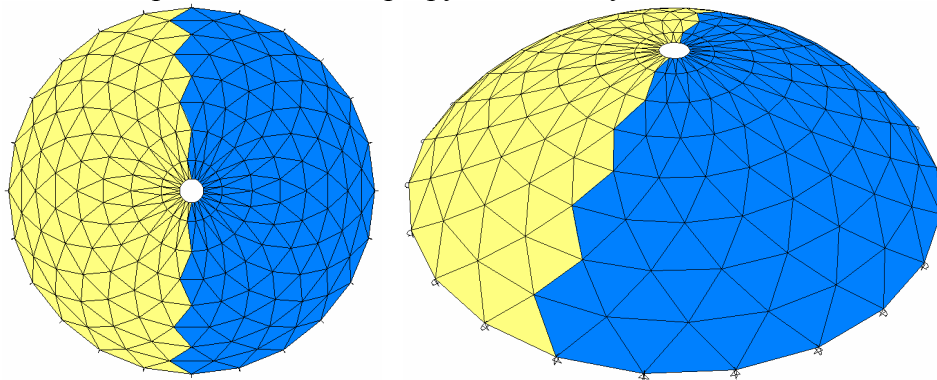
фиг.IV.30. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност при локално разпределен товар Γ^{VI} случай.



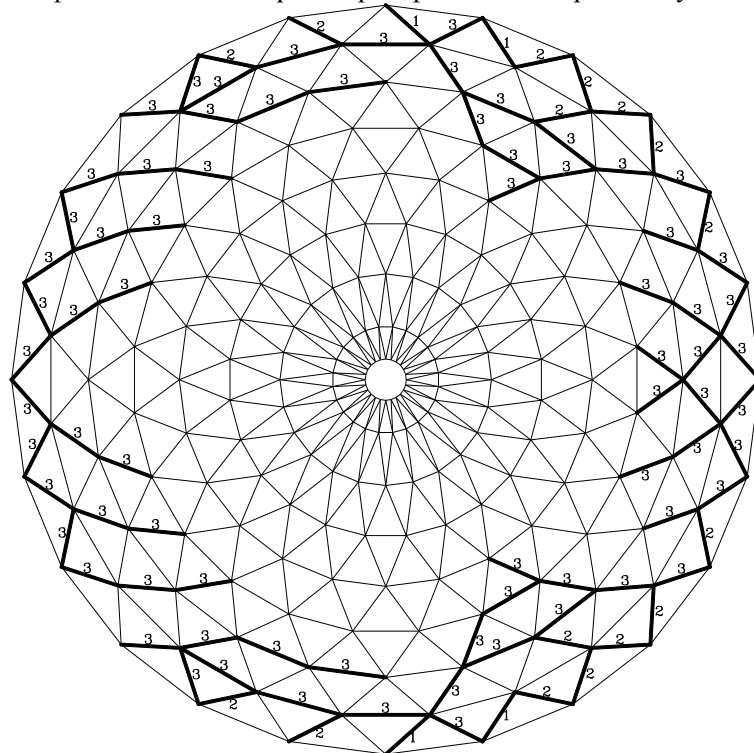
фиг.IV.31. Пети етап от последователното изключване на пръти и съответната му деформирана схема при локално разпределен товар I^{ви} случай.

IV.2.2.2. II^{ри} случай на натоварване

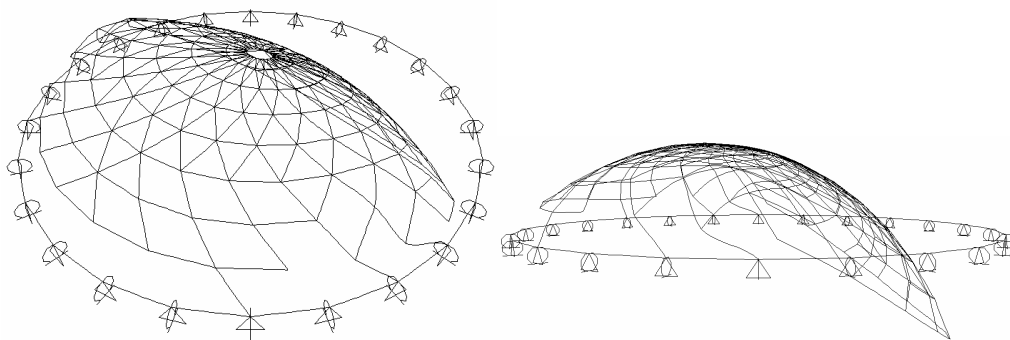
Във II^{ри} случай натоварването е приложено несиметрично в отношение 2:1 спрямо една от осите (напр. ос Y) на купола, виж фиг.IV.9. Характерно за случая е излизане от работа на голям брой пръти от първо ниво при граничен товар $q_4=4kN/m^2$. Първо загубват носимоспособност прътите с номер "1", което води до донатоварване на пръти "2", които се изключват при следващия етап и процесът продължава докато конструкцията престане да изпълнява своето експлоатационно предназначение, виж фиг.IV.33. Това съвременно води до претоварване на поредни групи елементи, нарастване на преместванията и разрушение на купола.



фиг.IV.9. Несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.



фиг.IV.33. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност при несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.

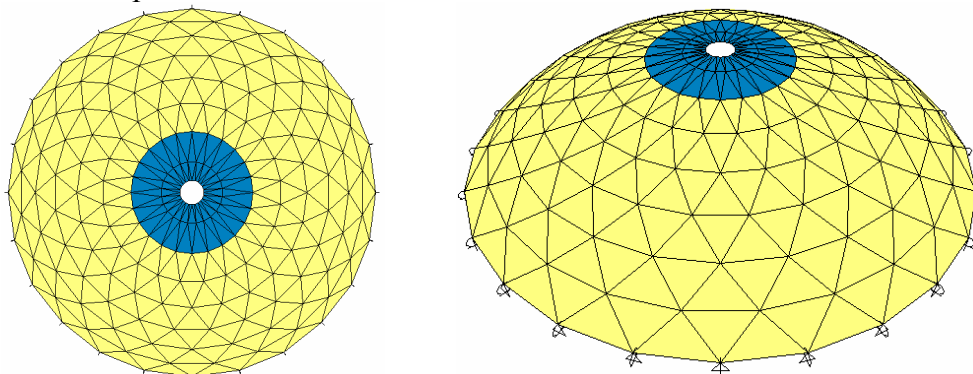


фиг.IV.34. Последен етап от последователното изключване на пръти и съответната му деформирана схема при несиметричен разпределен товар II^{ри} случай.

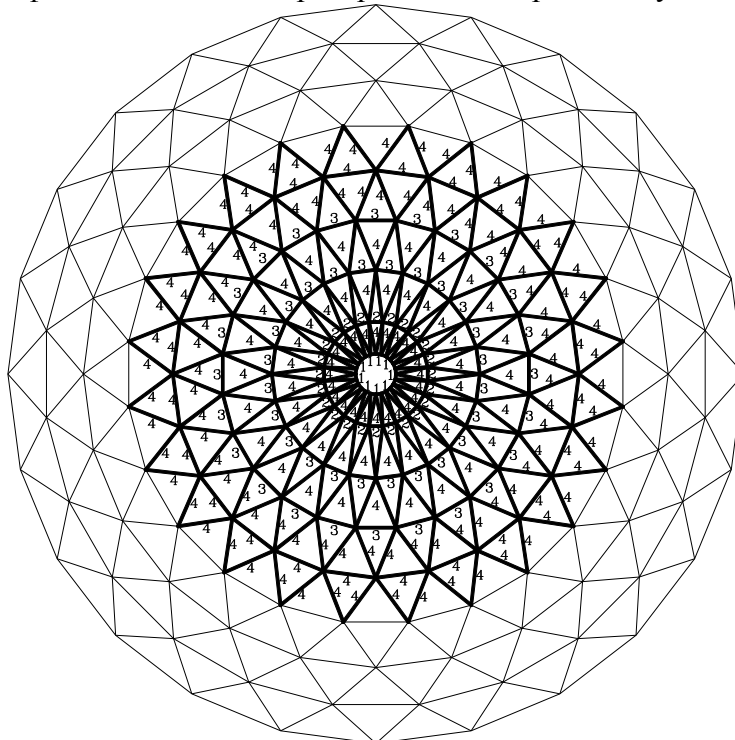
Процесът на последователно излизане от строя на посочените пръти е прогресивен, наподобяващ "ефекта на доминото". При достигнато натоварване от $q_4=4kN/m^2$ от работа излизат общо 94 пръта (I^{ви} етап - 4 пръта, II^{ри} етап - 16, III^{ти} етап - 74). Този процес е показан на фиг.IV.33.

IV.2.2.4. IV^{ти} случай на натоварване.

В този случай натоварването е локализирано на седмо и осмо ниво, виж фиг.IV.16. След проведеното стъпково натоварване, стойността на товара, при която настъпва изчерпване на носимоспособност на пръти е $14kN/m^2$.

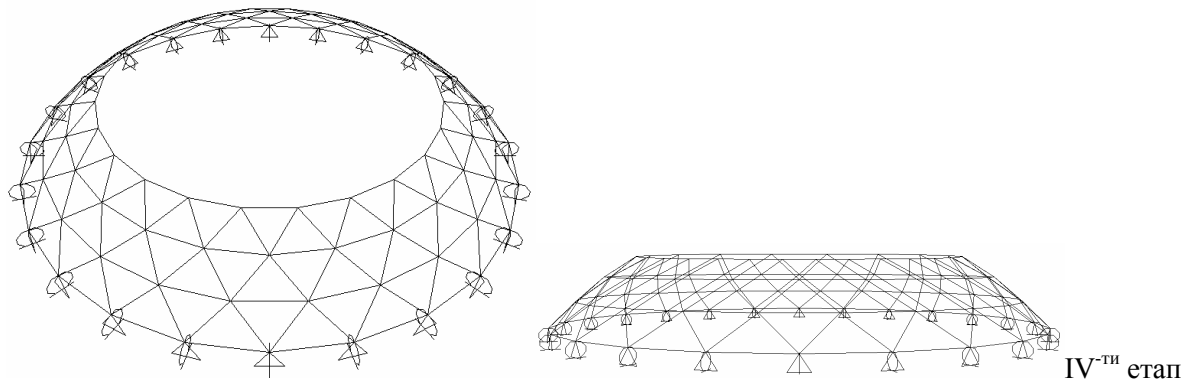


фиг.IV.16. Локално разпределен товар IV^{ти} случай.



фиг.IV.39. Брой и местоположение на пръти, изчерпили своята носимоспособност при локален товар IV^{ти} случай.

Наблюдава се изключване на прътите от 8-ми вътрешен пръстен на I-ви етап (24 на брой) от натиск, след което на II-ри етап се изключват елементите от 7-ми вътрешен пръстен (от натиск), а на трети етап изчерпват носимоспособността си елементите от 5-ти вътрешен пръстен (от опън) и от 6-ти вътрешен пръстен (от натиск). След тези три етапа статическата схема на част от елементите се променя и те започват да работят на огъване и при четвърти етап се претоварват именно от огъващите моменти, възникващи в тях (264 на брой – диагоналните елементи под натоварения участък).



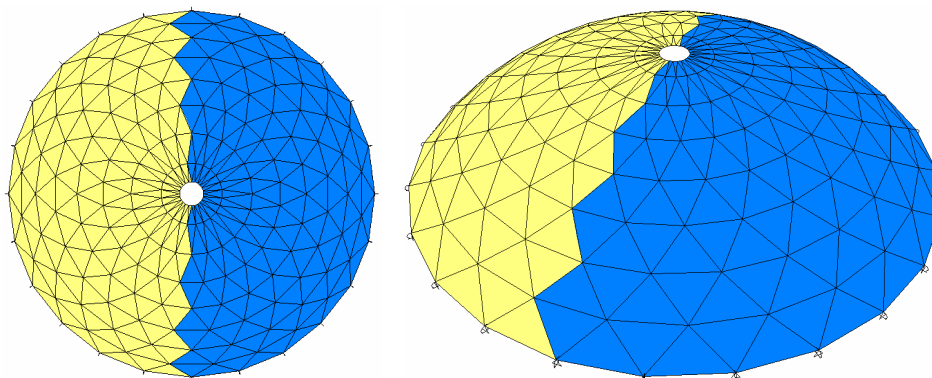
фиг.IV.40. Последен етап от последователното изключване на пръти и съответната му деформирана схема при локално разпределен товар IV-ти случай.

При достигнато натоварване от $q_{14}=14kN/m^2$ от работа излизат общо 360 пръта (I-ви етап – 24 пръта, II-ри етап – 24, III-ти етап – 48, IV-ти етап – 264 пръта). Този процес е илюстриран на фиг.IV.39, фиг.IV.40 и фиг.IV.41.

IV.2.2.6. VI-ти случай на натоварване.

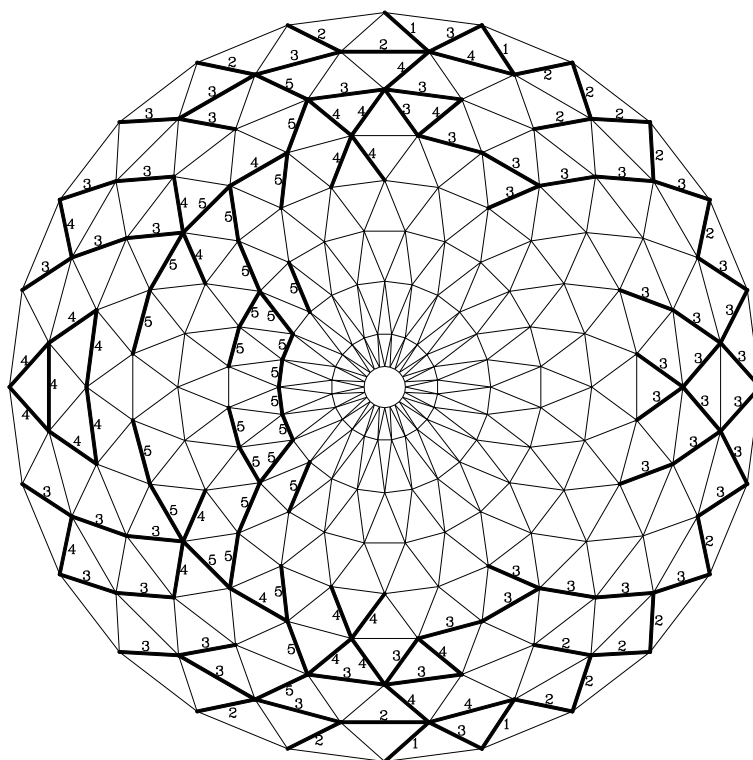
В VI-ти случай натоварването е приложено несиметрично в отношение 3:1 спрямо една от осите (напр. ос Y) на купола, виж фиг.IV.25.

Характерно за случая е излизане от работа на голям брой пръти от първо ниво при граничен товар $q_4=4kN/m^2$. Първо загубват носимоспособност прътите с номер "1", което води до донатоварване на пръти "2", които се изключват при следващия етап и това продължава докато конструкцията престане да изпълнява своето експлоатационно предназначение. Това своевременно води до допълнително натоварване на поредни групи елементи, нарастване на преместванията и разрушение на купола. Основните етапи, през които настъпва последователно изключване на пръти и съответните деформирани състояния, са показани на фиг.IV.46 и фиг.IV.47. Процесът на последователно излизане от строя на посочените пръти е прогресивен, наподобяващ "ефекта на доминото".

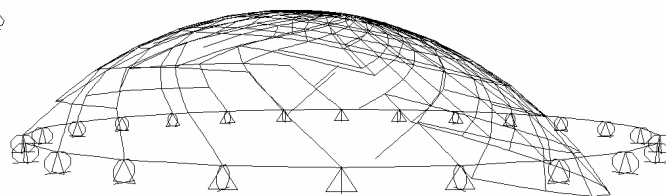
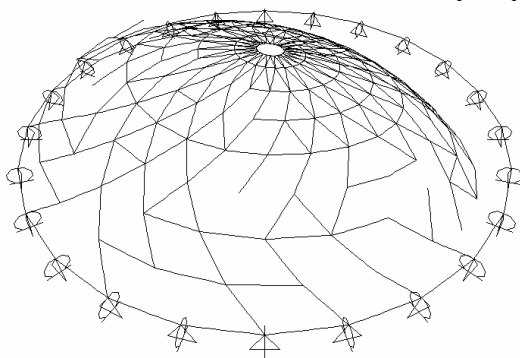


фиг.IV.25. Несиметричен разпределен товар VI-ти случай.

При стойност на $q_4=4kN/m^2$, 4 пръта са изчерпили носимоспособността си и се изключват при следващия изчислителен етап. При запазено натоварване започва прогресивно изключване на 18 пръта, след което излизат от строя последователно още 52, 29 и 28 пръта. При достигнато натоварване от $q_4=4kN/m^2$ от работа излизат общо 131 пръта, след което се получава локално разрушен участък.



фиг.IV.45. Брой и последователност на пръти, изчерпили своята носимоспособност при локално разпределен товар VI^{ти} случай.



V^{ти} етап

фиг.IV.46. Пети етап от последователното изключване на пръти и съответната му деформирана схема при локално разпределен товар VI^{ти} случай.

IV.3. Заключение и изводи.

Изследванията, проведени при шест отделни случая на натоварване, показват различни механизми на разрушение. В таблица 4.2 са дадени граничните товари и броя на загубилите своята носимоспособност натиснати пръти. Очевидно е, че най-неблагоприятният случай на натоварване е несиметричното му разположение върху купола. Граничният товар от симетричното локално разпределение има по-голяма стойност, което отразява значително по-голямата "симетрична" коравина в сравнение с поведението при несиметричното разположение на товара.

Случай	Граничен товар при изследване на устойчивост (kN/m^2)	Брой загубили устойчивост пръти	Граничен товар при комбинирани механизми (kN/m^2)	Брой загубили носимоспособност пръти
I	8	82	8	102
II	4	54	4	94
III	19	48	13	264
IV	22	48	14	360
V	10	151	9	142
VI	4	68	4	131

табл.IV.6. Гранични товари и броя на загубилите своята носимоспособност пръти при различните случаи на натоварване.

При симетричен локален товар, излизат от работа натиснати елементи, непосредствено под приложения товар. Граничната стойност на товара намалява при несиметричното му разпределение върху по-голяма площ от купола, което води до излизане от работа на голям брой натиснати меридианни пръти в основата. Характерно за всички случаи на натоварване е "ефекта на доминото", при който с достигане на граничния товар започва прогресивно излизане от работа на все повече пръти.

Граничната графика наподобява диаграмата на еласто-пластично тяло. Поради значителния брой на независими възлови параметри и елементи, при представяне поведението на купола е удобно да се използват конститутивни зависимости между възлови премествания в характерни възли и опорни реакции или прътови усилия. По този начин може да се оцени етапът, при който коравината на системата се е изчерпила и това поражда нарастване на преместванията.

Графиките на поведение на купола, изразени със зависимостта сила-преместване в избраните възли, показват понижаване на огъвната коравина при проведеното стъпково натоварване.

Резултатите, систематизирани в табл.IV.6 показват, че изследването на граничното равновесие чрез "комбинирани" механизми, отчитайки последователно изчерпване на носимоспособността както на натиснати, така и на опънати пръти, е в полза на сигурността.

От проведените изследвания за разглежданите случаи на натоварване на купола могат да се направят следните изводи:

- 1) Характерна е еласто - пластична работа на куполите.
- 2) При достигане на гранична стойност на натоварването е налице прогресивно разрушение.
- 3) Граничният товар е най-малък при несиметрично натоварване. При локално натоварени участъци с малка площ се наблюдава локално разрушение при по-голяма стойност на граничното натоварване. Локално приложени товари пораждат местно (локално) измятане или „хлътване“ на купола. С увеличаване на площта на натоварване, стойността на граничния товар намалява.
- 4) Излизане от строя на пръти и последващо разрушение се наблюдава в зоната около локалното натоварване или натоварена зона от повърхнината на влияние, пораждаща екстремна стойност на усилията в пръти. Налице са локално разрушени участъци или пълно разрушение.
- 5) Наред със следене на преместванията и проявените деформации на купола трябва да се проследяват измененията на нормалните усилия в изграждащите конструктивни пръти и да се проверят дали те не превишават граничната прътова носимоспособност на натиск и опън. При констатиране на такова явление е възможна проява на изключване на пръти или работа на елементи с намалена носимоспособност, което може да доведе до понижаване стойността на критичния товар.

Подходът за изследване чрез изключване на пръти от работа е приблизителен с предварително уточнена схема за работата на прътите, т.е. даден прът работи до момента, в който неговата носеща способност се изчерпи. Това дава възможност след изчерпване на носимоспособност на прът или група пръти да се проследят броя на прътите, в които се пораждат допълнителните нормални усилия. По този начин може да се оценят застрашените конструктивни пръти от претоварване и да се вземат необходимите конструктивни мерки за предотвратяване на разрушение. Разбира се при използване на подход на изследване с отчитане не само на геометричната, но и на физическа нелинейност се получава по-точна картина на поведението. Възможностите при използването на подходящ софтуерен продукт (напр. ANSYS), позволяват посредством нелинейно решаване да се отчете следкритичният принос на пръта в работата на вътрешните сили, т.е. дадения прът продължава да работи с намалени остатъчни вътрешни усилия. Стойностите на граничния възлов товар, определени при първия подход, са в полза на сигурността.

IV.4. Загуба на устойчивост и механизми на разрушение на структурни конструкции.

Така както и при куполите, изследването на устойчивото поведение на структурни конструкции е неизменна част от тяхното проектиране, изчисляване и оразмеряване. Осигуряването на тяхната стабилност и надеждност е предхождано от провеждане на многобройни изследвания и експериментални изпитвания от учени по цял свят. Причина за това е големият брой случаи на разрушени структурни конструкции, вследствие на загуба на устойчивост от товар, значително по-малък от критичния за системата. По аналогия с куполите,

основните фактори, влияещи върху стабилитетното поведение са: морфология на структурната решетка, геометрични и материални характеристики на конструктивните елементи, вид на възловите съединения и начина на подпиране.

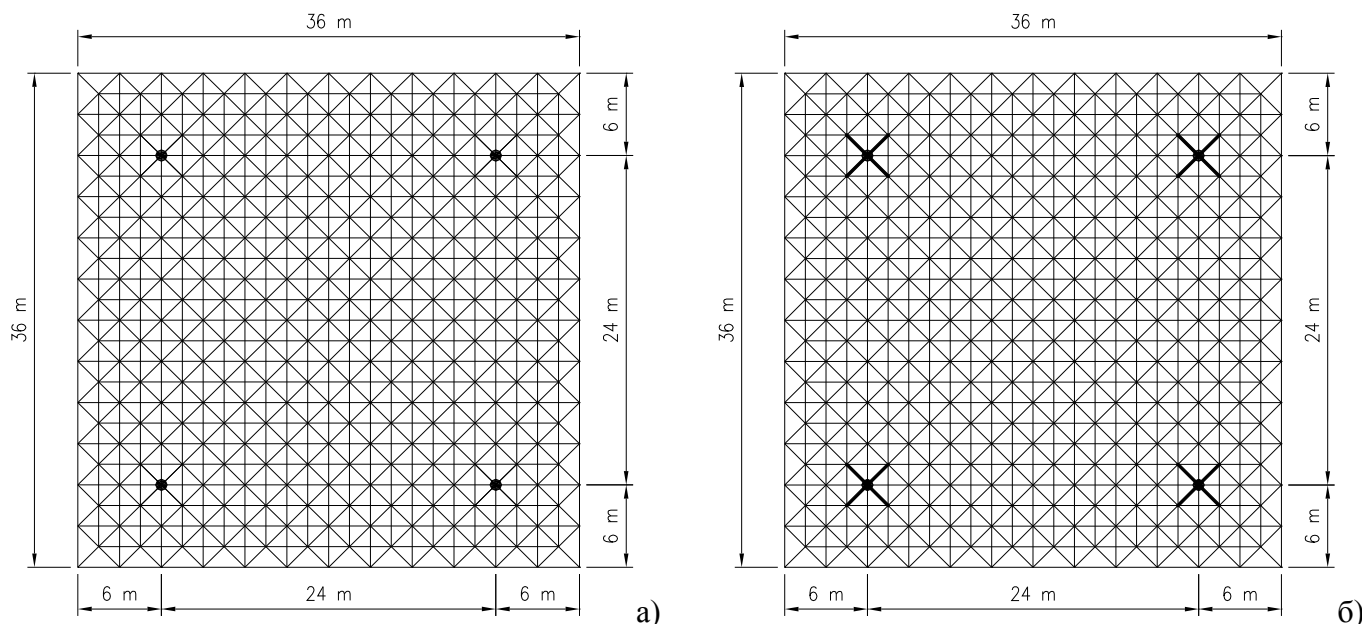
Ще изброим факторите и явленията, влияещи върху стабилитетното поведение, както на отделния елемент, така и на цялата конструкция:

- по отношение на елементите: нецентрично натоварване, стройност, геометрични отклонения, податливост на възловите съединения в двата края, влияние от преразпределяне на усилията, вследствие на един или няколко дефектирали пръта (загубили своята носимоспособност), следкритично поведение;
- по отношение на цялата конструкция: вид и гъстота на структурната плоча, геометрични отклонения и физическа нелинейност, поддаване на опори, локална повреда или загуба на пръти, поведение на възловите съединения, начин на подпиране, наличие на корав подов или покривен диск;
- по отношение на натоварването: статично симетрично или несиметрично, шахматно, динамично натоварване от окачени подвижни товари, вентилатори и други вибрационни машини, земетръсно и ветрово въздействие, температурни промени.

IV.4.1. Изследване на структурни конструкции в гранично състояние.

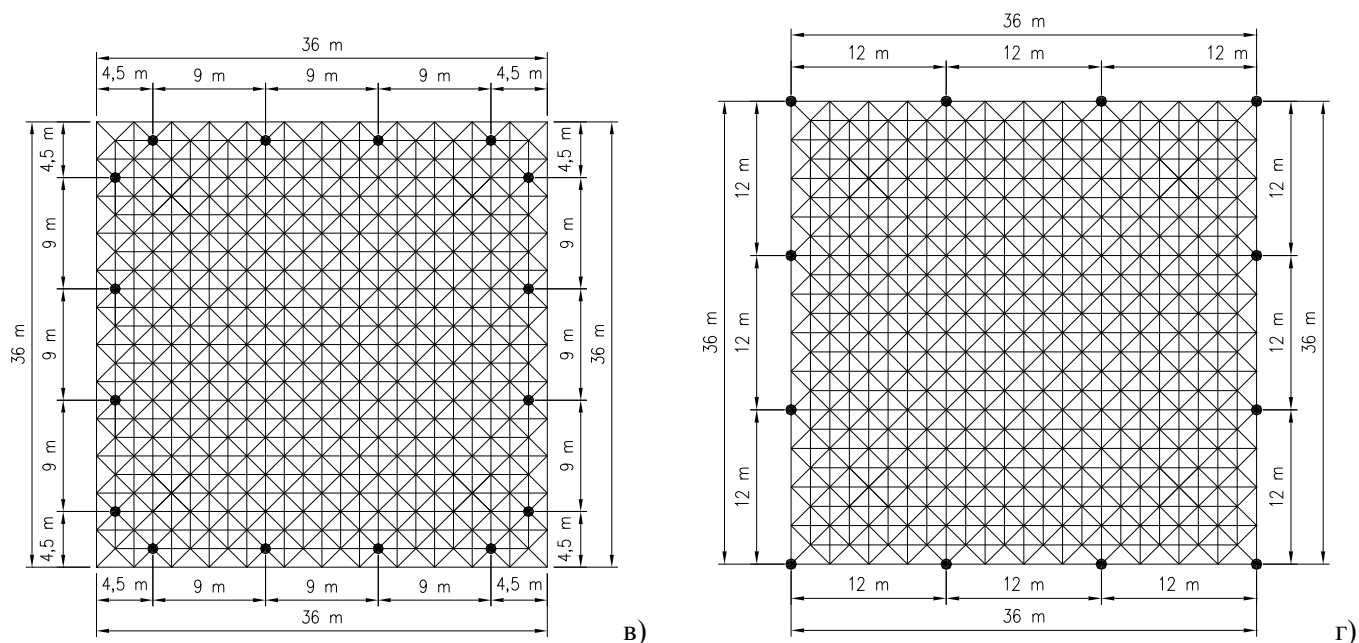
В този раздел, за изследване поведението структурни конструкции в гранично състояние, са избрани четири изчислителни модела, виж фиг.IV.48. Приета е ортогонална структурната решетка по горната и долна поясни повърхнини с размери на структурната клетка $3/3m$. Моделите се различават по начина на подпиране и са означени условно със С.1 - структурна конструкция, подпряна върху четири колони с оформени пространствени прътови капители и четиристранно конзолно издаване; С.2 - структурна конструкция, подпряна отново върху четири колони, но капители във вид на опорни диагонали и четиристранно конзолно издаване; С.3 - структурна конструкция, подпряна по контура на долният пояс; С.4 - структурна конструкция, подпряна по външния контур.

За конструктивните елементи са приети напречни сечения от тръбни профили, а именно: горната и долна поясни повърхнини - $\varnothing 5 \times 4$; диагонални елементи от структурната решетка - $\varnothing 73 \times 3,5$; пространствени прътови капители (модел С.1) - $\varnothing 114 \times 4,5$; капител модел С.2 – *HEB500*; колони на модели С.1 и С.2 - $\varnothing 560 \times 10$; колони на модели С.3 и С.4 - $\varnothing 219 \times 5$.



фиг.IV.48-1. Избрани представители на структурни конструкции:

- а) С.1 - структурна конструкция, подпряна върху четири колони с оформени пространствени прътови капители и четиристранно конзолно издаване; б) С.2 - структурна конструкция, подпряна отново върху четири колони, но с опорни диагонали и четиристранно конзолно издаване.



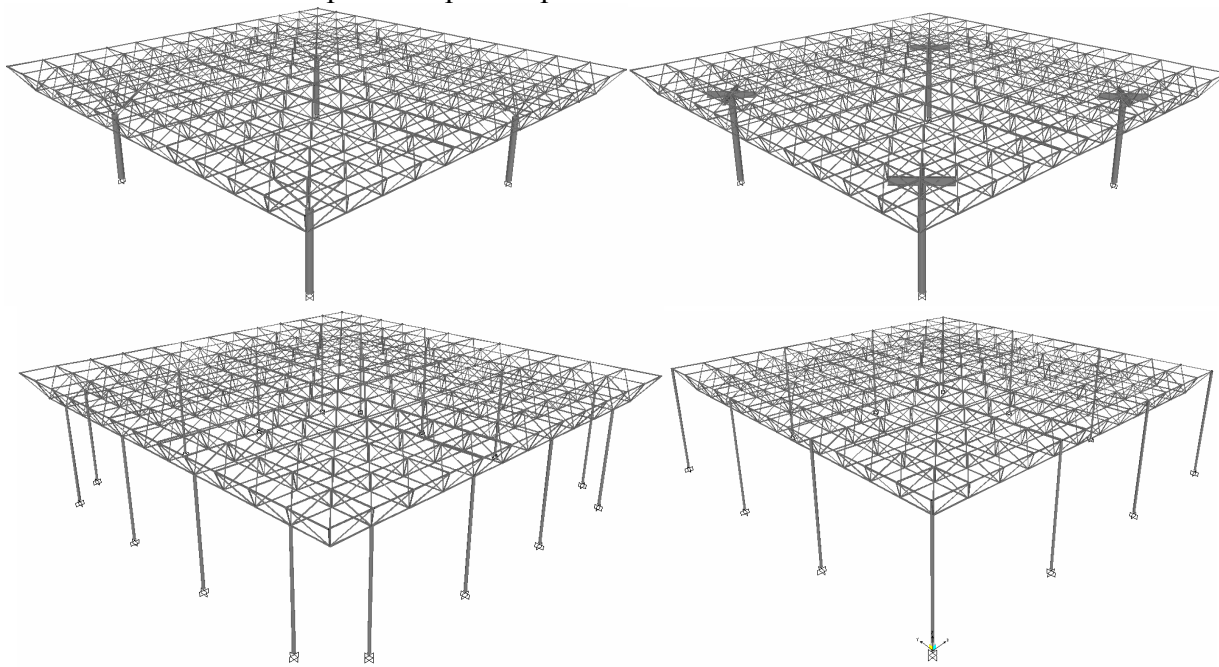
фиг.IV.48-2. Избрани представители на структурни конструкции:

в) С.3 - структурна конструкция, подпряна по контура на долният пояс; г) С.4 - структурна конструкция, подпряна по външния контур.

Изследването в гранично състояние изисква да се отчетат следните особености в деформираното и напрегнато състояние на решетката :

А/ Поради преобладаващите натискови усилия в прътите по горния пояс и в диагоналите и тяхната определяща роля за осигуряване на устойчивост и коравина на структурата, се приема, че механизмите на разрушение ще се получат от изключване от работа на най-напрегнатите натискови пръти.

Б/ Нецелесъобразно (практически невъзможно) е поради големият брой пръти и възли да се търсят независими механизми на разрушение при действие на параметрично нарастваща сила във всеки отделен възел, които да служат за получаване на съчетани механизми и съответно търсене на минимална стойност на товарният параметър.



фиг.IV.50. Генерирани изчислителни модели с програмен продукт по МКЕ-3D.

Численото решение е проведено с програмен продукт, базиран на Метода на крайните елементи, като са разгледани различни случаи на локални, симетрични и несиметрични натоварвания, съобразени с построени повърхнини на влияние. За определяне на критичната

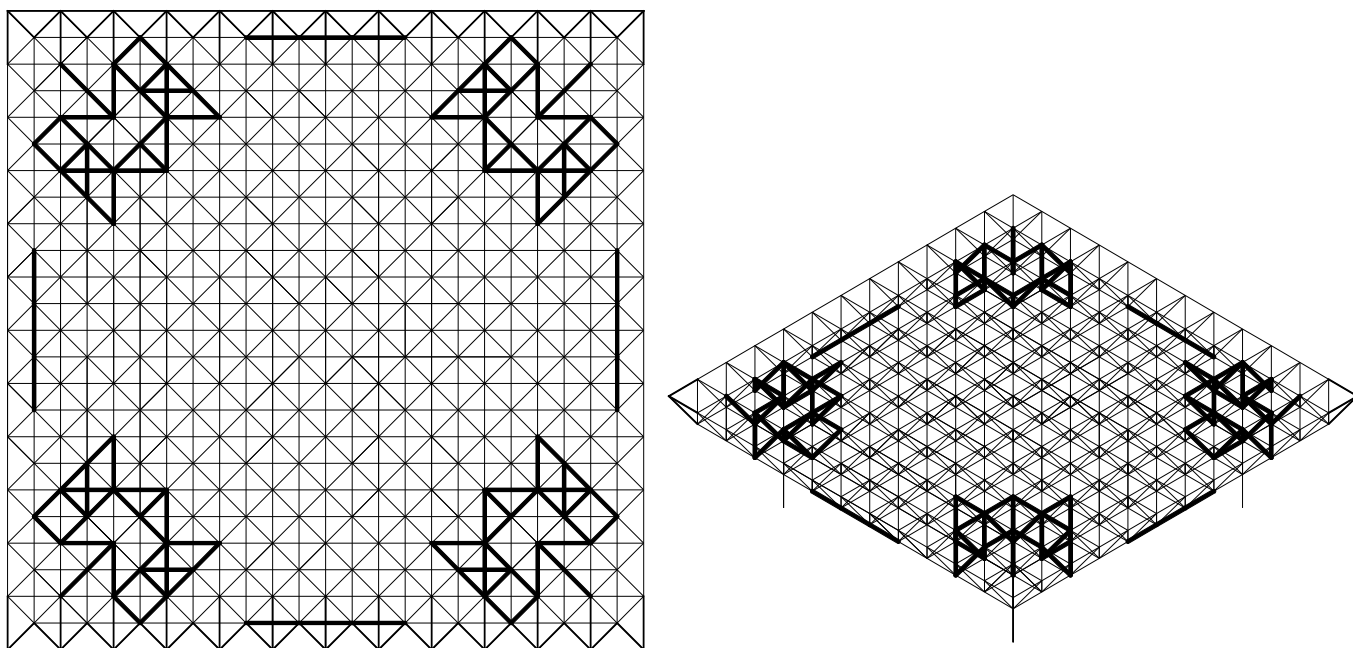
стойност на параметъра на натоварване е използвано стъпково нарастване на товара с последователни приближения, до намиране на гранично равновесно състояние на системата. При достигане на гранична носимоспособност на натиск на даден елемент се приема, че той излиза от работа и при следващия изчислителен етап приносът му не се отчита. Изследването е проведено в условията на геометрична нелинейност, отчетена с Р-Δ ефекта, т.е. влияние на нормалните усилия върху коравината на системата, като се предполага, че преместванията нарастват след изключване на елементи от работа. Условията за равновесие се записват спрямо деформирано положение на структурата.

IV.4.2. Анализ на получените резултати.

IV.4.2.1. Структурна конструкция модел С.1 - $\Gamma^{\text{вн}}$ случай на натоварване.

Поради изказаните съображения и в съответствие с построените повърхнини на влияние е приложено възлово натоварване с еднаква интензивност във всички възли, нарастващо от начална стойност $F_1 = 1 \text{ kN}$ с аналогична стъпка.

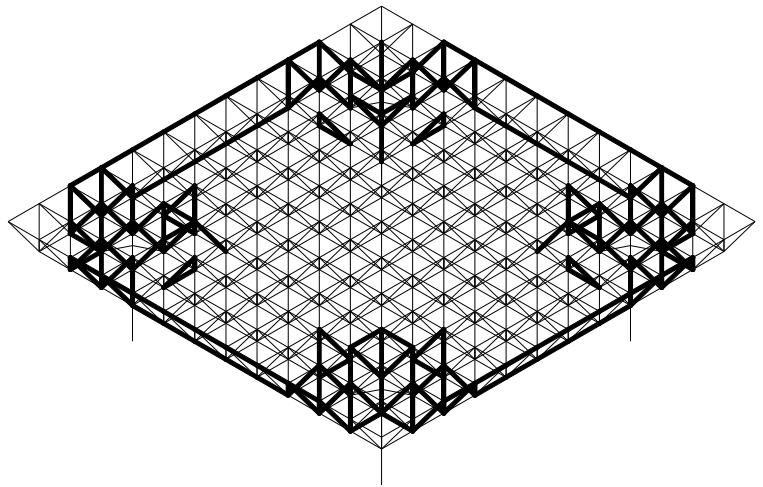
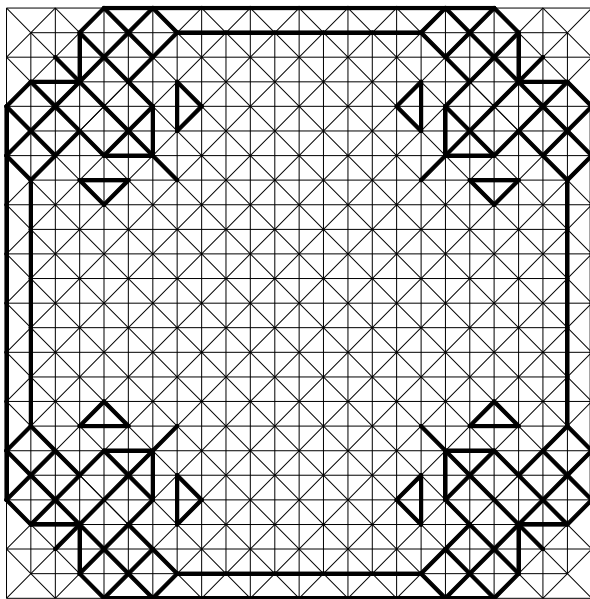
При стойност на товара $F_8 = 8 \text{ kN}$ четири пръта са загубили устойчивост и се изключват при следващия изчислителен етап. При увеличено натоварване $F_{10} = 10 \text{ kN}$ започва прогресивно изключване на осем пръта, след което излизат от строя последователно още 16 и 100 пръта. Този процес е илюстриран на фиг. IV.52. При достигнато натоварване $F_{10} = 10 \text{ kN}$ от работа излизат общо 128 пръта, след което се получава разрушение. Схемата от фиг. IV.52 показва първите застрашени от загуба на носимоспособност пръти. Те би трябвало да се вземат в предвид в етап на проектиране, за да се предотврати разрушението на структурната конструкция при достигане на граничното натоварване. Макар по същество разрушаването да се дължи на последователно изключване от работа на максимално натиснати пръти, работещи в еластичен стадий, поради отчитането на геометричната нелинейност, общото поведение на системата имитира работата на еласто-пластичен материал.



фиг. IV.52. Схема на пръти, изчерпили своята носимоспособност при товар $\Gamma^{\text{вн}}$ случай за структурна конструкция С.1.

IV.4.2.4. Структурна конструкция модел С.2 - $\Gamma^{\text{вн}}$ случай на натоварване.

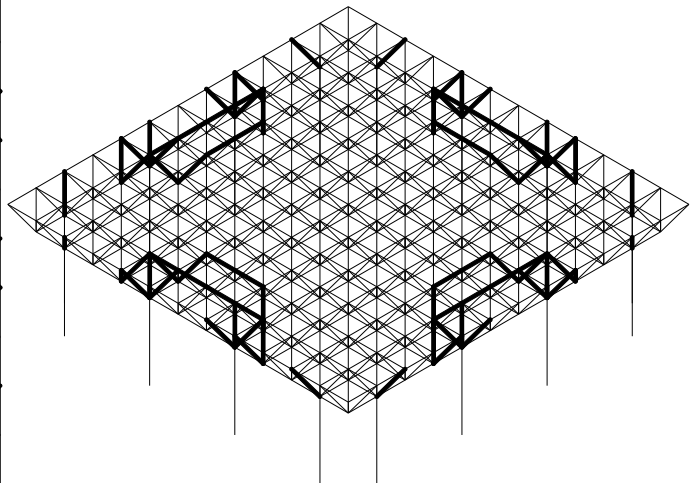
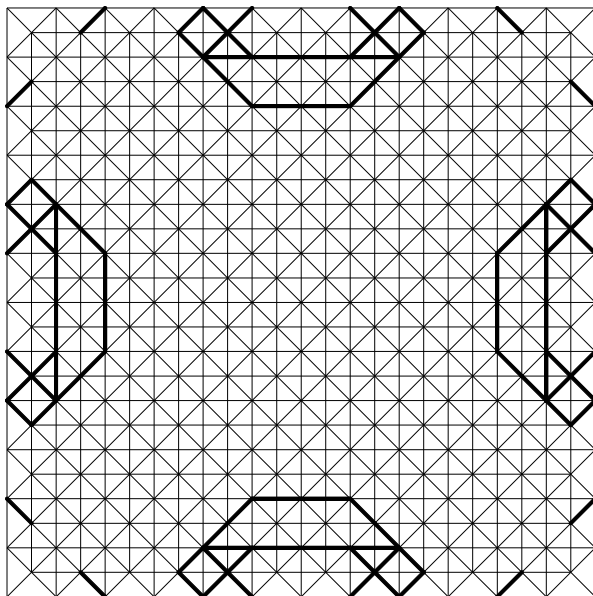
В този случай натоварването е разпределено във всички възли. След проведеното стъпково натоварване, стойността на товара, при която настъпва загуба на устойчивост на четири пръта е $F_6 = 6 \text{ kN}$. При увеличено натоварване $F_7 = 7 \text{ kN}$ започва прогресивно изключване на осем пръта, след което излизат от строя последователно още 20, 36 и 148 пръта. При достигнато натоварване $F_7 = 7 \text{ kN}$ от работа излизат общо 216 пръта, след което се получава разрушение, виж фиг. IV.57 и фиг. IV.58.



фиг.IV.57. Схема на пръти, изчерпили своята носимоспособност при товар $\Gamma^{\text{ви}}$ случай за структурна конструкция С.2.

IV.4.2.5. Структурна конструкция модел С.3 - $\Gamma^{\text{ви}}$ случай на натоварване.

В този случай натоварването е разпределено във всички възли. След проведеното стъпково натоварване, стойността на товара, при която настъпва загуба на устойчивост на осем пръта е $F_{11}=11kN$. При запазено натоварване $F_{11}=11kN$ започва прогресивно изключване на 16 пръта, след което излизат от строя още 72 пръта. При достигнато натоварване $F_{11}=11kN$ от работа излизат общо 96 пръта, след което се получава разрушение, виж фиг.IV.59.



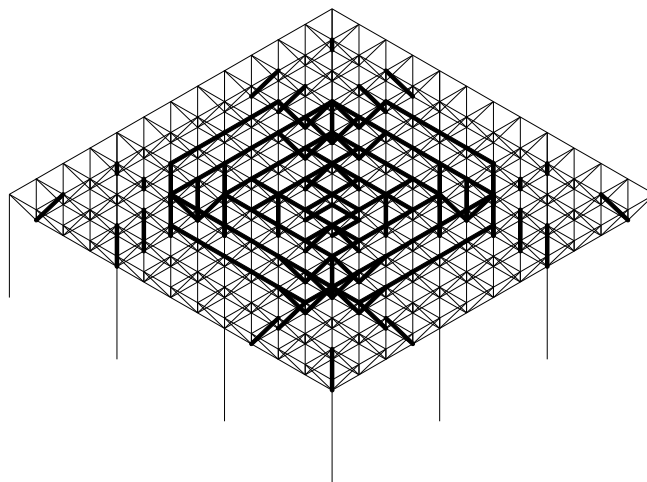
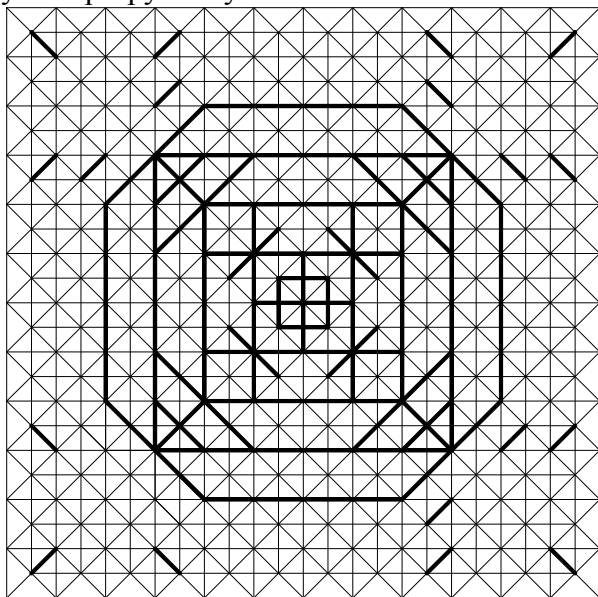
фиг.IV.59. Схема на пръти, изчерпили своята носимоспособност при товар $\Gamma^{\text{ви}}$ случай за структурна конструкция С.3.

IV.4.2.7. Структурна конструкция модел С.4 - $\Gamma^{\text{ви}}$ случай на натоварване.

Поради изказаните съображения и в съответствие с построените повърхнини на влияние е приложено равномерно разпределено възлово натоварване, нарастващо от начална стойност $F_1=1kN$ с аналогична стъпка.

При стойност на товара $F_9=9kN$ четири пръта са загубили устойчивост и се изключват при следващия изчислителен етап. При запазено натоварване започва прогресивно изключване на 32 пръта, след което излизат от строя още 122 пръта. Този процес е илюстриран на фиг.IV.63 и

фиг.IV.64. При достигнато натоварване $F_9=9kN$ от работа излизат общо 158 пръта, след което се получава разрушен участък.



фиг.IV.63. Схема на пръти, изчерпили своята носимоспособност при товар I^{VII} случай за структурна конструкция С.4.

IV.4.3. Заключение и изводи.

Резултатите от проведените числени решения при изследване на граничното състояние за четирите модела на структурни конструкции показват обща тенденция на поведение, наподобяващо работата на еласто-пластично тяло. Макар по същество разрушаването да се дължи на последователно изключване от работа на максимално натиснати пръти, работещи в еластичен стадий, поради отчитането на геометричната нелинейност, общото поведение на системата имитира работата на еласто-пластичен материал.

Очевидно е, че подпиране на структурната конструкция при модели С.1 и С.2 увеличава граничния товар. Контурното точково подпиране по долния пояс при модел С.3 понижава граничната носимоспособност на структурата. Най-уязвими при претоварване на структурната конструкция са диагоналните пръти в близост до подпирането.

Подходът на изследване чрез изключване на пръти от работа е приблизителен с предварително уточнена схема за работата на прътите, т.е даден прът работи до момента, в който неговата носеща способност се изчерпи. Това дава възможност след загубата на прът или група пръти да се проследят броя на прътите, в които се пораждат допълнителните нормални усилия. По този начин може да се оценят застрашените конструктивни пръти от претоварване и да се вземат необходимите конструктивни мерки за предотвратяване на разрушение.

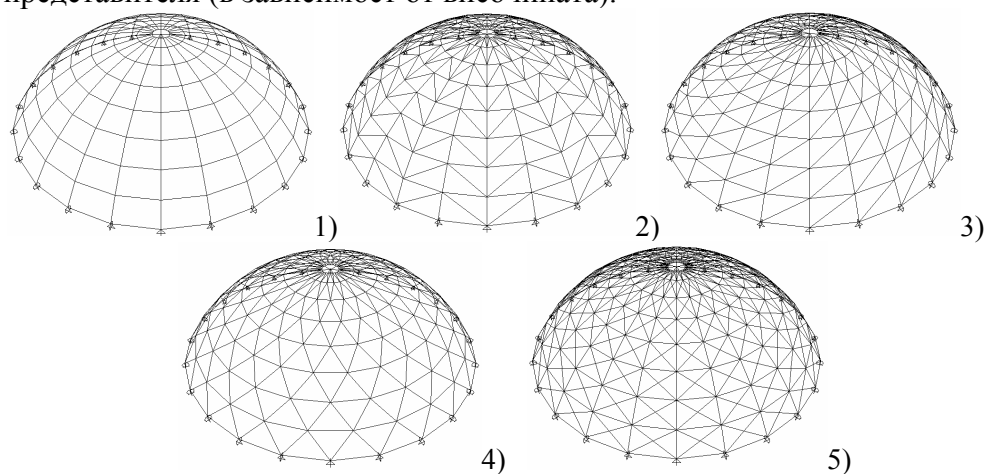
От показаните схеми на последователно изключване на пръти се вижда, че първо излизат от строя прътите, намиращи се в близост до колоните. Поради преразпределение на усилията, се наблюдава прогресивно изчерпване на носимоспособността на все повече пръти. Тези схеми показва първите реално застрашени от загуба на носимоспособност пръти. Те би трябвало да се вземат в предвид в етап на проектиране, за да се предотврати разрушението на структурната конструкция при достигане на граничното натоварване.

Глава V: Анализ на еднослойни дискретни сферични куполи и структурни конструкции, подложени на сеизмично въздействие.

V.1. Анализ на еднослойни дискретни сферични куполи, подложени на сеизмично въздействие. Управление на динамичното им реагиране.

V.1.1. Описание на избраните изчислителни модели.

В тази глава е изследвано динамичното реагиране на еднослойни дискретни сферични куполи. Като обекти на изследване са разгледани седемдесет модела на куполи. Изчислителните модели се различават по вида на граничните опорни условия, структурната решетка и височината (във функция на централния полуъгъл и радиуса на сферичната повърхност). Избраните представители на дискретни сферични куполи са показани на фиг.V.1. Те са групирани в два типа изчислителни модели (според вида на граничните опорни условия), а всеки тип съдържа съответно по пет варианта (според морфологията на структурната решетка). От своя страна всеки вариант има по седем представителя (в зависимост от височината).



фиг.V.1. Избрани представители на дискретни сферични куполи

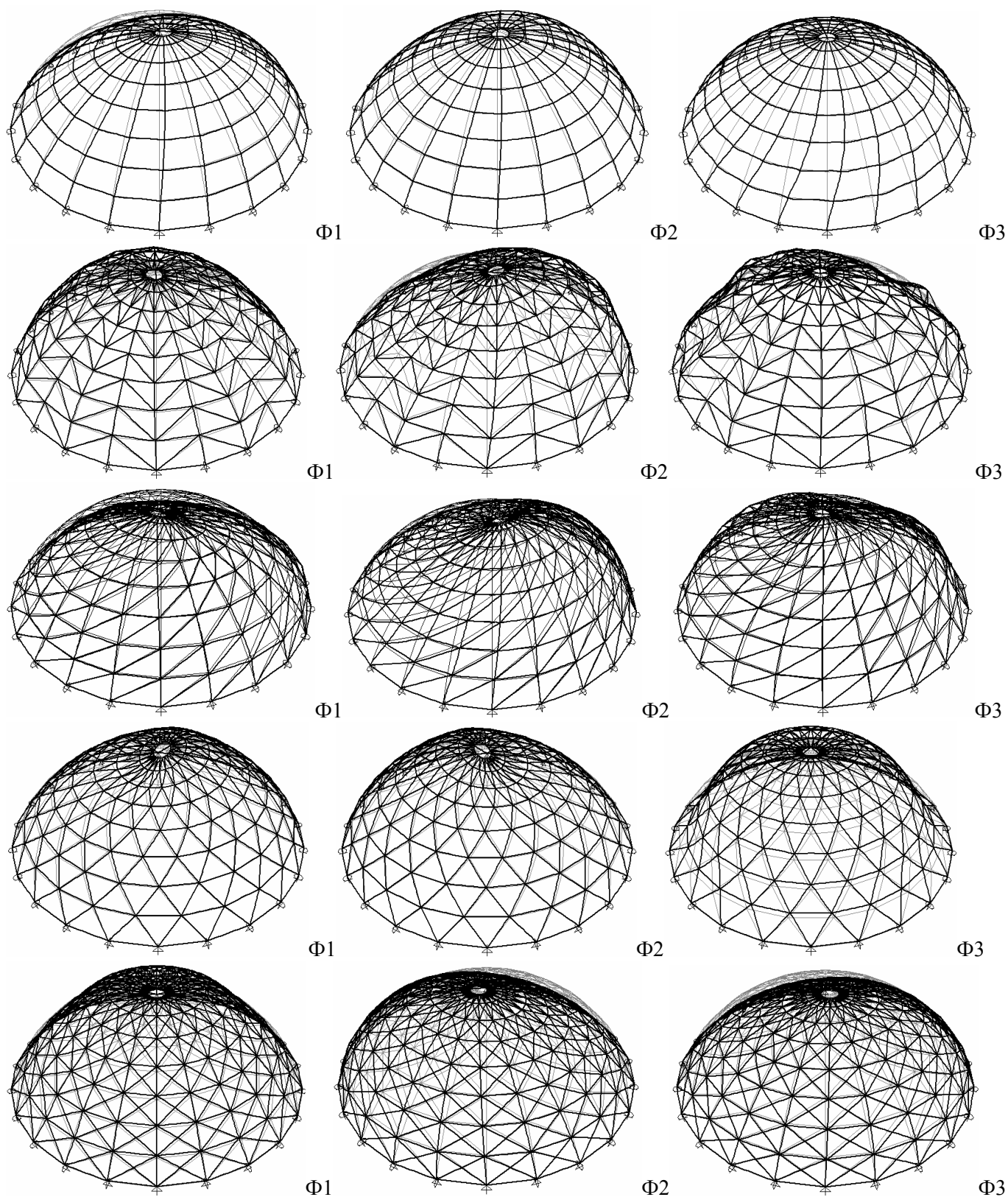
При генерирането на изчислителните модели са приети следните фиксирани параметри: диаметър на основата $D=30m$; диаметър на ключовия пръстен $d_k=1,65m$; цикличен ъгъл при основата $\beta=15^\circ$; брой на паралелите, разделящи меридианните линии $n=7$; корава връзка на елементите с опорния пръстен; корава връзка между елементите от структурната решетката.

Натоварването е статично и динамично. Статичното натоварване е вертикална проекция на условно ососиметрично натоварване, равномерно разпределено върху хоризонтална площ, равна на основата на купола. Интензивността е приета $q=5kN/m^2$, която приблизително отчита натоварването от постоянни товари (собствено тегло на конструкцията и покритието) и временен товар от сняг. Динамичното натоварване е симулация на сеизмично въздействие. Самото сеизмично въздействие е зададено с три независими една от друга компоненти (две хоризонтални и една вертикална) със 100% спектър на реагиране. При изследването на избраните дискретни сферични куполи е отчетено самостоятелното действие на всяка една от компонентите. Също така е направено комбиниране по направление на въздействието по методите SRSS (корен квадратен от сумата на квадратите) и правилото на 30-те процента.

Целта на проведеното изследване е да се управлява динамичното реагиране на еднослойни дискретни сферични куполи. Като основни показатели за съпоставка на изчислителните модели са използвани видът на собствените форми на трептене, коефициентът на ефективна модална маса и опорните реакции в съответна точка.

V.1.2. Сравнителен анализ на получените резултати.

Динамичното изследване на избраните изчислителни модели на еднослойни сферични куполи е проведено на два етапа: модален и спектрален анализи. Първо са получени собствените форми на трептене на разглежданите изчислителни модели и кореспондиращите им периоди. Също така, за всеки вариант са отчетени толкова форми на трептене, така че да бъде удовлетворен коефициентът на ефективна модална маса.



фиг.V.3. Първи три собствени форми на трептене на куполи от тип I при $\alpha=60^\circ$

Резултатите са представени в табл.V.1÷табл.V.3 (за изчислителни модели тип I) и в табл.V.4÷табл.V.6 (за модели тип II). Направено е сравнение между два от известните методи за комбиниране по форми на трептене, а именно методите *CQC* и *SRSS*, виж табл.V.7. На фиг.V.3÷фиг.V.8 са показани първите три форми на трептене (Ф1÷Ф3) на изчислителни модели от тип I при централен полуъгъл $\alpha=60^\circ$.

табл. V.4. Периоди на трептене и коефициент на ефективна модална маса за Вариант 1*÷3*.

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 1* - 30°				
1	4,353	0,246	0,246	0,000
2	4,353	0,246	0,246	0,000
3	1,978	0,262	0,307	0,000
...				
156	0,109	0,901	0,901	0,934
Вариант 1* - 40°				
1	4,261	0,007	0,373	0,000
2	4,261	0,379	0,379	0,000
3	2,163	0,379	0,379	0,000
...				
205	0,059	0,944	0,944	0,971
Вариант 1* - 50°				
1	4,421	0,009	0,497	0,000
2	4,421	0,505	0,505	0,000
3	2,433	0,505	0,505	0,000
...				
0,062	0,959	0,959	0,959	0,958
Вариант 1* - 60°				
1	4,851	0,001	0,614	0,000
2	4,851	0,614	0,614	0,000
3	2,819	0,614	0,614	0,000
...				
205	0,066	0,973	0,973	0,946
Вариант 1* - 70°				
1	5,617	0,681	0,021	0,000
2	5,617	0,702	0,702	0,000
3	3,374	0,702	0,702	0,000
...				
205	0,071	0,986	0,986	0,936
Вариант 1* - 80°				
1	6,862	0,019	0,749	0,000
2	6,862	0,768	0,768	0,000
3	4,188	0,768	0,768	0,000
...				
207	0,078	0,995	0,995	0,929
Вариант 1* - 90°				
1	8,859	0,109	0,706	0,000
2	8,859	0,815	0,815	0,000
3	5,416	0,815	0,815	0,000
...				
207	0,087	0,999	0,999	0,926

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 2* - 30°				
1	0,556	0,122	0,001	0,000
2	0,556	0,123	0,123	0,000
3	0,511	0,123	0,123	0,000
...				
173	0,057	0,930	0,930	0,978
Вариант 2* - 40°				
1	0,454	0,245	0,003	0,000
2	0,454	0,247	0,247	0,000
3	0,417	0,247	0,247	0,000
...				
173	0,058	0,923	0,923	0,957
Вариант 2* - 50°				
1	0,413	0,246	0,142	0,000
2	0,413	0,388	0,388	0,000
3	0,364	0,388	0,388	0,000
...				
173	0,061	0,930	0,906	0,943
Вариант 2* - 60°				
1	0,406	0,149	0,410	0,000
2	0,406	0,559	0,559	0,000
3	0,340	0,559	0,559	0,000
...				
167	0,076	0,924	0,924	0,932
Вариант 2* - 70°				
1	0,425	0,655	0,058	0,000
2	0,425	0,713	0,713	0,000
3	0,320	0,713	0,713	0,000
...				
168	0,081	0,936	0,936	0,908
Вариант2 - 80°				
1	0,475	0,776	0,007	0,000
2	0,475	0,783	0,783	0,000
3	0,325	0,783	0,783	0,000
...				
182	0,076	0,954	0,954	0,904
Вариант 2* - 90°				
1	0,559	0,369	0,493	0,000
2	0,559	0,862	0,862	0,000
3	0,342	0,862	0,862	0,202
...				
208	0,060	0,985	0,985	0,955

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 3* - 30°				
1	0,614	0,088	0,023	0,000
2	0,614	0,111	0,111	0,000
3	0,585	0,111	0,111	0,000
...				
154	0,084	0,905	0,905	0,936
Вариант3* - 40°				
1	0,504	0,196	0,008	0,000
2	0,504	0,204	0,204	0,000
3	0,478	0,204	0,204	0,000
...				
157	0,086	0,919	0,919	0,945
Вариант 3* - 50°				
1	0,457	0,310	0,029	0,000
2	0,457	0,339	0,339	0,000
3	0,422	0,339	0,339	0,000
...				
159	0,092	0,932	0,932	0,922
Вариант 3* - 60°				
1	0,449	0,337	0,155	0,000
2	0,449	0,492	0,492	0,000
3	0,395	0,492	0,492	0,000
...				
159	0,098	0,941	0,941	0,900
Вариант 3* - 70°				
1	0,467	0,064	0,582	0,000
2	0,467	0,645	0,645	0,000
3	0,382	0,645	0,645	0,000
...				
182	0,063	0,979	0,979	0,928
Вариант 3* - 80°				
1	0,518	0,622	0,134	0,000
2	0,518	0,756	0,756	0,000
3	0,388	0,756	0,756	0,000
...				
180	0,071	0,981	0,981	0,917
Вариант 3* - 90°				
1	0,609	0,424	0,403	0,000
2	0,609	0,828	0,828	0,000
3	0,408	0,828	0,828	0,000
...				
180	0,082	0,984	0,984	0,900

табл. V.5. Периоди на трептене и коефициент на ефективна модална маса за Вариант 4*÷5* при централни полуъгли 30° и 40°.

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 4* - 30°				
1	0,478	0,008	0,000	0,000
2	0,478	0,008	0,008	0,000
3	0,476	0,008	0,008	0,109
...				
161	0,072	0,924	0,924	0,961
Вариант 4* - 40°				
1	0,387	0,000	0,000	0,127
2	0,388	0,022	0,000	0,127
3	0,388	0,023	0,023	0,127
...				
161	0,076	0,930	0,930	0,935

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 4* - 80°				
1	0,406	0,436	0,408	0,000
2	0,406	0,844	0,844	0,000
3	0,329	0,844	0,844	0,303
...				
175	0,078	0,954	0,954	0,947
Вариант 4* - 90°				
1	0,488	0,482	0,368	0,000
2	0,488	0,850	0,850	0,000
3	0,358	0,850	0,850	0,335
...				
175	0,086	0,951	0,951	0,910

Форма №	Период на трептене [sec]	Коефициент на ефективна модална маса		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Вариант 5* - 30°				
1	0,340	0,000	0,000	0,000
2	0,340	0,000	0,000	0,000
3	0,338	0,000	0,000	0,000
...				
161	0,055	0,929	0,929	0,956
Вариант 5* - 40°				
1	0,279	0,000	0,000	0,000
2	0,279	0,000	0,000	0,000
3	0,277	0,000	0,000	0,000
...				
161	0,058	0,936	0,936	0,928

След модалния анализ е проведен спектрален такъв. За спектрална крива е използвана препоръчаната за група почви С. На този етап е направено сравнение на два метода за комбиниране по направление на въздействието (SRSS и правилото на 30-те процента). Като основен параметър за съпоставка на изчислителните резултати са използвани опорните реакции в

точка А. Резултатите са представени в табл.V.8 и табл.V.9 (за изчислителни модели тип I) и в табл.V.10 (за изчислителни модели тип II).

табл.V.7. Сравнение на методите за комбиниране на модалните приноси.

		Метод за модално комбиниране						Метод за модално комбиниране					
		CQC		SRSS				CQC			SRSS		
		R ₂ [kN]	R ₃ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]			R ₁ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]	R ₁ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]
Вариант 1	30°	18,436	14,080	18,372	12,253	Вариант 1 *	30°	44,011	4,408	23,971	35,739	4,404	19,580
	40°	14,292	14,655	14,234	12,184		40°	17,286	3,171	13,449	12,525	3,160	9,770
	50°	11,219	14,641	11,014	11,723		50°	12,593	4,046	13,432	10,468	4,031	11,133
	60°	9,682	13,914	9,032	10,847		60°	9,102	5,070	13,168	7,730	5,054	11,023
	70°	10,342	13,690	10,086	12,290		70°	6,768	6,376	13,222	6,414	6,360	12,364
	80°	12,493	14,211	12,402	13,624		80°	5,344	8,156	13,929	5,228	8,140	13,378
	90°	15,548	16,522	15,347	15,939		90°	4,668	10,715	16,414	4,637	10,699	15,812
Вариант 2	30°	46,431	25,952	45,170	22,374	Вариант 2 *	30°	30,482	0,073	15,972	28,936	0,062	15,136
	40°	42,107	28,022	40,764	24,040		40°	24,920	0,081	18,281	21,951	0,072	16,295
	50°	35,388	27,840	34,761	24,192		50°	19,938	0,098	20,664	16,824	0,088	17,734
	60°	25,312	25,839	24,205	20,773		60°	15,590	0,112	22,748	12,073	0,106	17,947
	70°	15,514	28,346	14,338	25,180		70°	13,056	0,119	28,117	11,375	0,117	24,487
	80°	12,821	37,832	12,389	34,020		80°	10,603	0,118	38,435	9,312	0,117	33,791
	90°	15,729	49,087	17,884	44,909		90°	5,072	0,111	48,694	4,620	0,110	44,370
Вариант 3	30°	47,505	27,608	47,127	24,860	Вариант 3 *	30°	50,603	18,578	27,088	47,115	16,947	24,982
	40°	39,066	30,454	38,061	27,478		40°	35,421	21,818	27,291	32,332	19,479	24,630
	50°	35,075	29,617	32,761	25,514		50°	24,537	27,221	26,312	21,979	24,810	23,240
	60°	38,844	26,700	36,102	23,093		60°	16,279	33,500	24,176	14,346	31,496	20,945
	70°	47,720	27,401	45,508	21,369		70°	12,497	41,239	26,054	10,223	39,507	20,354
	80°	54,967	34,046	54,430	31,404		80°	10,870	48,228	33,783	10,072	47,963	31,314
	90°	58,758	46,145	58,608	44,947		90°	8,638	54,807	45,995	8,463	54,757	44,913
Вариант 4	30°	47,265	27,013	41,850	21,933	Вариант 4 *	30°	56,915	26,180	29,214	50,834	20,506	26,162
	40°	41,987	31,776	38,136	28,636		40°	42,961	35,146	31,207	40,868	25,451	29,639
	50°	45,662	30,731	34,160	28,554		50°	29,809	41,803	29,690	28,764	28,357	28,645
	60°	56,425	29,992	44,600	28,479		60°	21,253	48,035	29,023	20,385	38,527	27,968
	70°	72,301	35,713	69,823	34,402		70°	17,631	59,324	34,285	16,836	57,452	32,796
	80°	78,882	45,910	78,396	44,956		80°	14,580	66,517	45,226	14,247	66,143	44,197
	90°	77,849	59,285	77,585	58,996		90°	8,688	70,592	59,174	8,646	70,358	58,903
Вариант 5	30°	25,804	13,494	25,588	11,455	Вариант 5 *	30°	28,364	13,516	14,528	27,528	9,776	14,098
	40°	22,507	16,021	21,157	15,364		40°	20,959	17,035	15,174	18,584	11,720	13,471
	50°	22,163	15,452	16,121	13,771		50°	14,497	20,338	14,432	14,352	13,282	14,272
	60°	29,144	14,551	26,492	13,842		60°	9,858	25,247	13,646	9,587	23,304	13,114
	70°	37,634	17,906	37,320	17,414		70°	8,309	31,169	17,009	8,000	30,986	16,301
	80°	44,619	25,973	44,556	25,393		80°	7,606	37,757	25,617	7,515	37,714	25,300
	90°	51,874	38,318	51,820	38,286		90°	4,936	47,325	38,199	4,940	47,277	38,169

табл.V.9. Сравнение на методите за комбиниране по координатни направления на въздействието (Вариант 4÷ Вариант 5).

		Метод за комбиниране по координатни направления							
		SRSS		Правило на 30-те процента					
				X;0,3Y;Z		0,3X;Y;0,3Z		0,3X;0,3Y;Z	
		R ₂ [kN]	R ₃ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]	R ₂ [kN]	R ₃ [kN]
Вариант 4	30°	47,265	159,807	47,265	144,875	14,180	158,530	14,180	159,409
	40°	41,987	171,815	35,196	166,659	34,921	166,778	16,191	169,075
	50°	45,666	180,893	45,674	163,947	13,714	177,860	13,724	182,160
	60°	56,425	193,917	45,969	179,199	19,110	187,481	15,018	196,126
	70°	69,823	216,916	72,301	198,525	21,691	215,596	21,691	218,815
	80°	78,882	253,716	78,877	227,874	23,664	254,159	23,664	248,414
	90°	77,849	301,928	77,843	268,232	23,353	303,315	23,353	292,857
Вариант 5	30°	25,804	148,209	23,720	146,580	23,720	146,580	10,948	149,463
	40°	22,507	158,018	20,689	156,516	20,689	156,516	9,549	158,957
	50°	22,163	167,621	20,373	165,634	20,373	165,634	9,403	169,186
	60°	29,144	180,554	26,791	177,585	26,791	177,585	12,365	182,820
	70°	37,634	202,606	34,595	200,642	34,595	200,642	15,967	204,040
	80°	44,619	236,062	41,015	235,006	41,015	235,006	18,930	234,427
	90°	51,874	283,460	47,684	282,502	47,684	282,502	22,009	277,466

Целта на проведеното изследване е да се управлява динамичното реагиране на еднослойни сферични куполи, подложени на сеизмично въздействие. При дадена геометрия това се свежда до избор на вид на структурната решетка и вид на граничните опорни условия. За удовлетворяване на поставената цел разгледаните възможни варианти се оценяват на база показните резултатите и се препоръчва вариант, който показва поведение, кореспондиращо с действителното желано такова. Тъй като изследването е параметрично е важно още на етап модален анализ да се оценят получените форми на трептене и нежеланите такива да се оптимизират или изместят, с цел по-малка тежест в последващия спектрален анализ, виж фиг.V.4÷фиг.V.8.

V.2. Динамично изследване на куполни конструкции върху шестоъгълна основа с триъгълна морфология на структурната решетка.

В това изследване е анализирано динамичното реагиране на еднослойни дискретни сферични куполи върху шестоъгълна основа с триъгълна морфология на структурната решетка. Като обекти на изследване са разгледани седем модела на куполи. Изчислителните модели се различават по височината (във функция на централния полуъгъл). Избраните представители на дискретни куполи са показани на фиг.V.9.

При генерирането на изчислителните модели са приети следните фиксирани параметри: диаметър на основата $D=30m$; корава връзка на елементите с опорния пръстен; корава връзка между елементите от структурната решетка.

Също така е изграден и модифициран изчислителен модел на варианта с централен полуъгъл 60° , при който са развити и козирки, с цел получаване на еквивалентна покривна площ с моделите от Вариант 1 до Вариант 5, виж фиг.V.10.

V.2.1. Сравнителен анализ на получените резултати.

Динамичното изследване на избраните изчислителни модели на еднослойни сферични куполи е проведено на етап модален анализ.

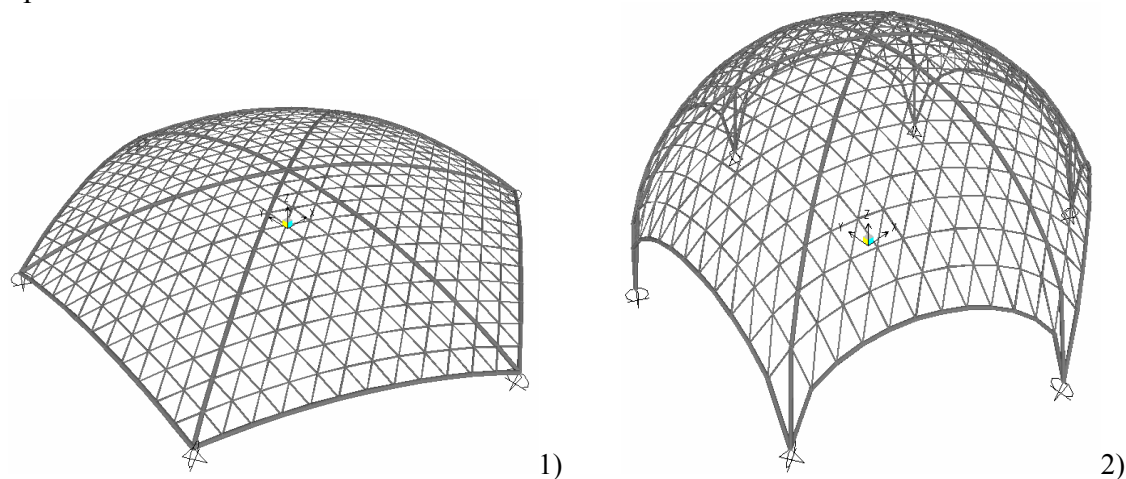
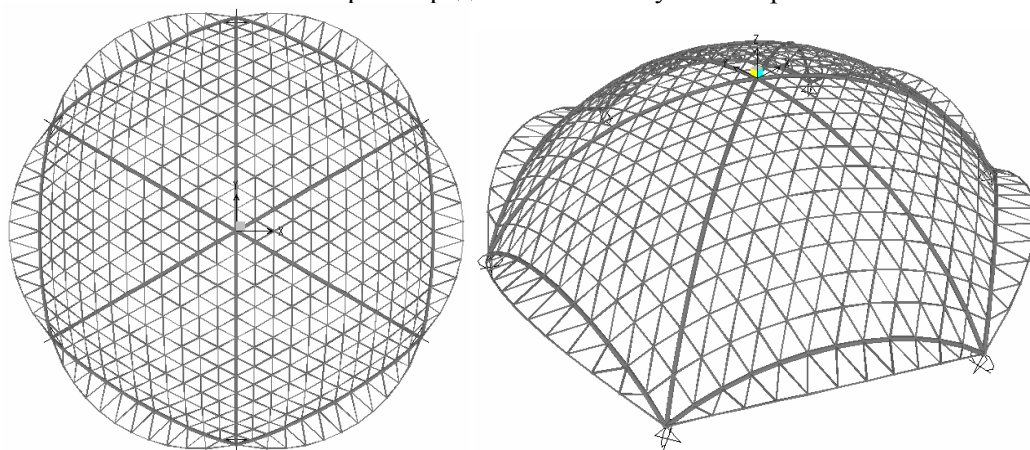


табл.V.9. Избрани представители на куполи Вариант 6



фиг.V.10. Куполи Вариант 7

В табл.V.11÷табл.V.18 са показани резултатите от модалния анализ за Вариант 6 (формите на трептене за всеки един вариант и съответстващия им период, както и коефициентът на ефективна модална маса).

табл.V.11. Периоди на трептене за изчислителен модел Вариант 6 - 30°.

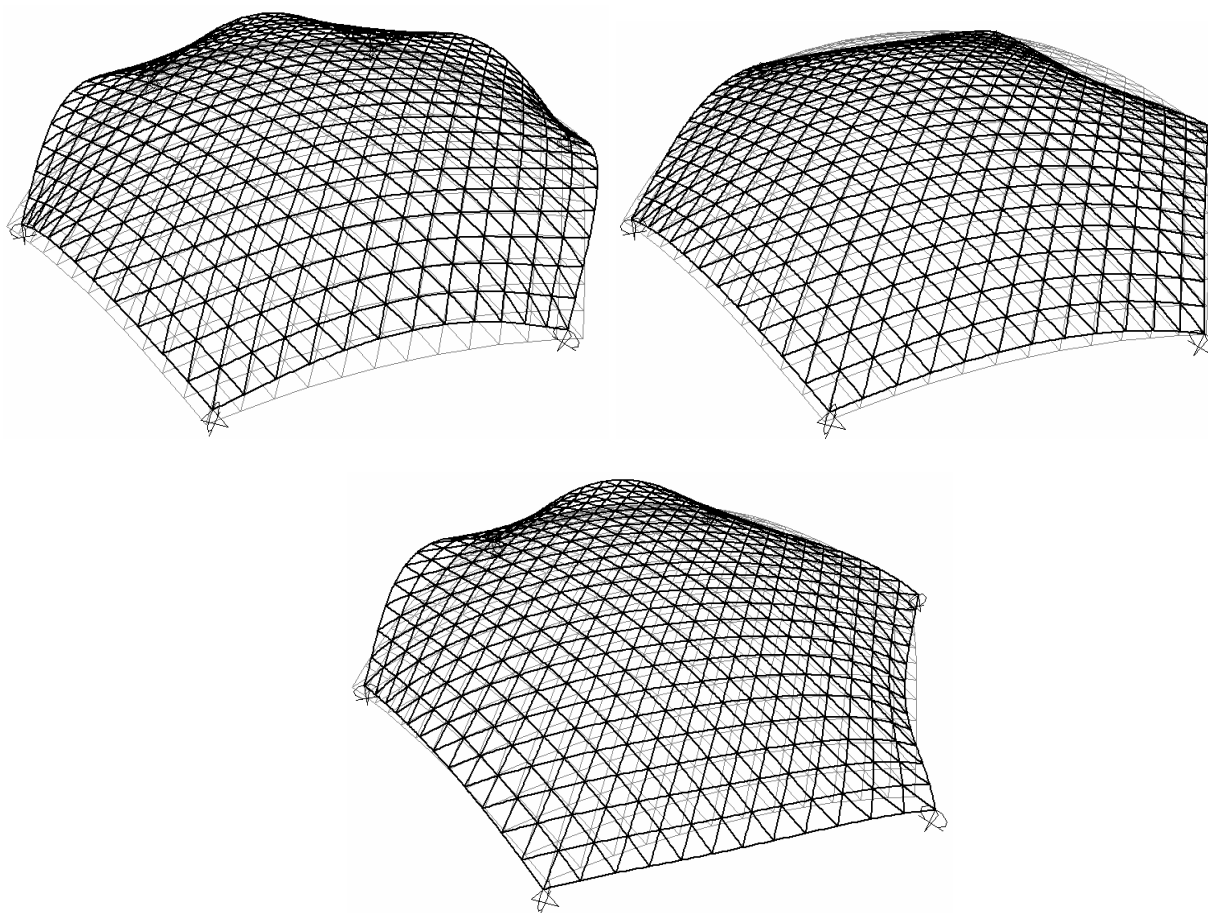
Variant 6 - 30°							
Step Num	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios					
		UX	UY	UZ	Sum UX	Sum UY	Sum UZ
1	2,576838	5,00E-11	1,52E-11	0,95319	5,00E-11	1,52E-11	0,95319
2	2,012239	0,19746	0,00377	2,42E-09	0,19746	0,00377	0,95319
3	2,01214	0,00377	0,19759	6,94E-09	0,20123	0,20136	0,95319
4	0,51754	0,14199	0,03416	9,86E-08	0,34323	0,23552	0,95319
5	0,517403	0,03413	0,14206	9,22E-10	0,37736	0,37758	0,95319
6	0,508637	1,82E-05	1,75E-06	5,23E-08	0,37738	0,37758	0,95319
7	0,508546	2,07E-06	3,52E-07	4,82E-10	0,37738	0,37758	0,95319
8	0,478273	6,26E-07	3,11E-08	2,69E-08	0,37738	0,37758	0,95319
9	0,464955	5,27E-07	9,13E-08	1,53E-08	0,37738	0,37758	0,95319
10	0,246988	8,07E-10	9,65E-08	8,11E-07	0,37738	0,37758	0,95319
11	0,240882	1,17E-08	5,46E-07	2,97E-06	0,37738	0,37758	0,95319
12	0,240764	1,15E-09	1,29E-11	1,65E-08	0,37738	0,37758	0,95319
13	0,22663	4,82E-06	2,13E-05	0,02994	0,37738	0,3776	0,98313
14	0,223586	0,00336	0,01349	4,50E-05	0,38074	0,39109	0,98317
15	0,223414	0,01357	0,00341	2,89E-09	0,39431	0,3945	0,98317
...							
180	0,078953	0,00102	0,01712	5,79E-05	0,90306	0,90424	0,99209

табл.V.17. Периоди на трептене за изчислителен модел Вариант 6 - 90°.

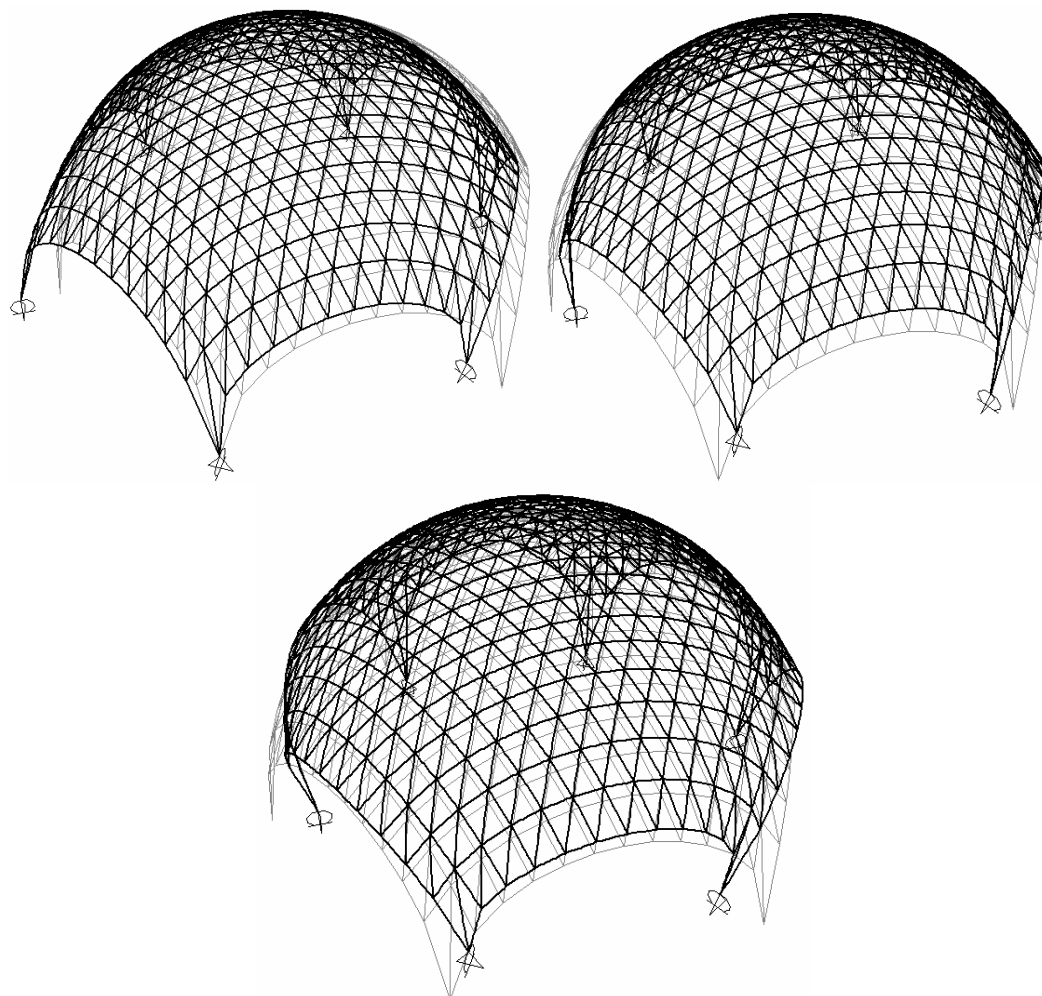
Variant 6 - 90°							
Step Num	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios					
		UX	UY	UZ	Sum UX	Sum UY	Sum UZ
1	6,003898	0,23919	0,65971	3,12E-06	0,23919	0,65971	3,12E-06
2	5,96976	0,65782	0,23972	1,80E-05	0,89701	0,89943	2,11E-05
3	2,83684	3,25E-06	2,79E-05	0,76229	0,89701	0,89946	0,76231
4	1,825036	3,86E-06	1,87E-05	3,18E-05	0,89701	0,89948	0,76234
5	1,358478	0,02603	0,044	2,46E-06	0,92304	0,94348	0,76235
6	1,34965	0,04522	0,02512	2,72E-05	0,96826	0,9686	0,76237
7	0,946721	5,24E-06	4,95E-07	1,76E-07	0,96826	0,9686	0,76237
8	0,941534	2,61E-05	7,85E-06	1,01E-05	0,96829	0,96861	0,76238
9	0,793965	1,54E-06	2,00E-06	2,96E-06	0,96829	0,96861	0,76239
10	0,55537	1,45E-06	5,43E-07	6,92E-07	0,96829	0,96861	0,76239
11	0,507317	3,56E-08	9,27E-07	1,20E-07	0,96829	0,96861	0,76239
12	0,503655	1,56E-08	2,76E-06	1,73E-07	0,96829	0,96861	0,76239
13	0,456067	0,00145	0,00072	4,57E-06	0,96975	0,96933	0,76239
14	0,454895	0,00074	0,00137	4,91E-05	0,97049	0,9707	0,76244
15	0,444338	5,25E-06	2,80E-05	0,00437	0,9705	0,97072	0,76681
...							
250	0,08515	1,66E-08	1,29E-09	1,42E-08	0,98112	0,98106	0,77495

табл.V.18. Периоди на трептене за изчислителен модел Вариант 7 - 60°

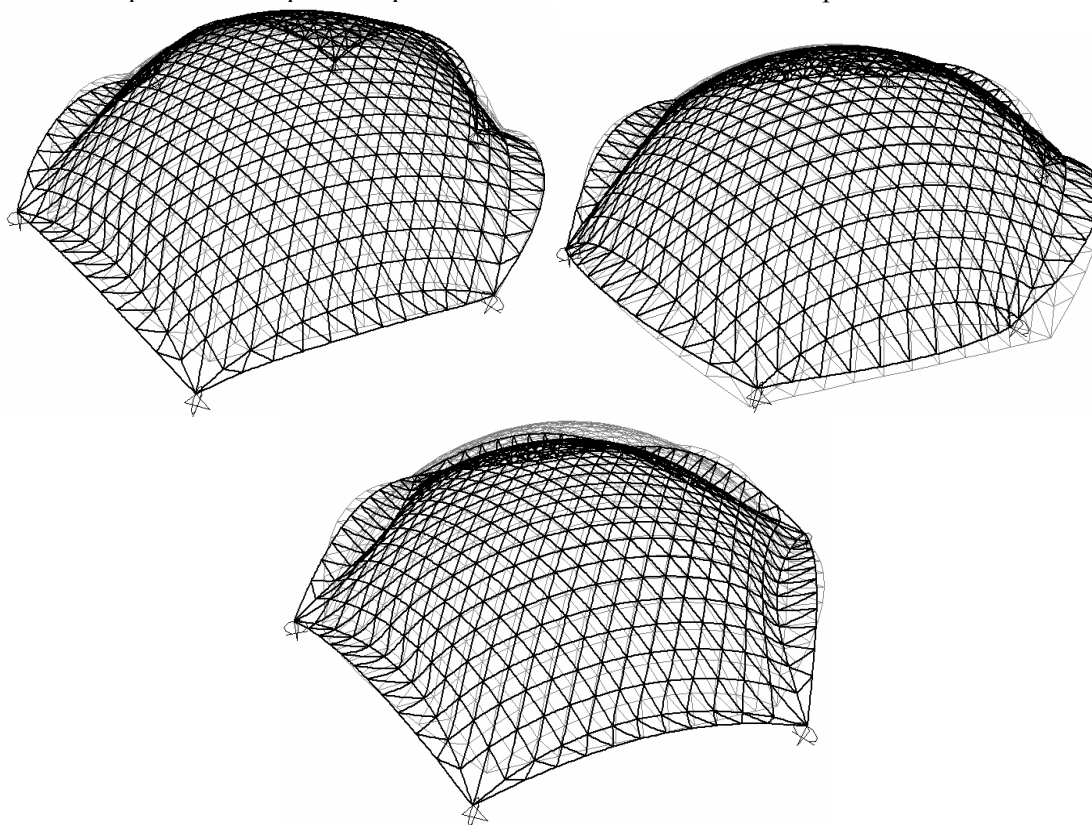
Variant 7 - 60°							
Step Num	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios					
		UX	UY	UZ	Sum UX	Sum UY	Sum UZ
1	2,04187	0,48879	0,00142	6,49E-12	0,48879	0,00142	6,49E-12
2	2,041869	0,00142	0,48879	3,77E-13	0,49022	0,49022	6,86E-12
3	1,925032	3,65E-12	1,40E-13	0,89832	0,49022	0,49022	0,89832
4	0,485319	0,02777	0,18152	4,51E-16	0,51799	0,67174	0,89832
5	0,485319	0,18152	0,02777	3,52E-16	0,6995	0,6995	0,89832
6	0,446933	2,37E-13	3,81E-13	2,15E-15	0,6995	0,6995	0,89832
7	0,446933	9,00E-14	2,09E-13	4,19E-17	0,6995	0,6995	0,89832
8	0,432675	7,65E-14	4,85E-14	2,45E-17	0,6995	0,6995	0,89832
9	0,416133	1,82E-17	1,09E-15	0,00025	0,6995	0,6995	0,89857
10	0,286321	1,01E-09	1,94E-11	0,01251	0,6995	0,6995	0,91108
11	0,286285	0,00772	1,23E-06	1,61E-09	0,70722	0,69951	0,91108
12	0,286285	1,23E-06	0,00772	2,79E-11	0,70723	0,70723	0,91108
13	0,28618	3,31E-11	4,24E-11	1,08E-11	0,70723	0,70723	0,91108
14	0,28618	4,57E-11	1,37E-12	2,70E-11	0,70723	0,70723	0,91108
15	0,285547	7,16E-13	1,05E-12	1,55E-13	0,70723	0,70723	0,91108
...	...						
102	0,126111	0,00313	0,00306	9,79E-16	0,90266	0,90266	0,94022



фиг.V.11. Форми на трептене за изчислителен модел Вариант 6 - 30°



фиг.V.17. Форми на трептене за изчислителен модел Вариант 6 - 90° .



фиг.V.18. Форми на трептене за изчислителен модел Вариант 7 - 60° .

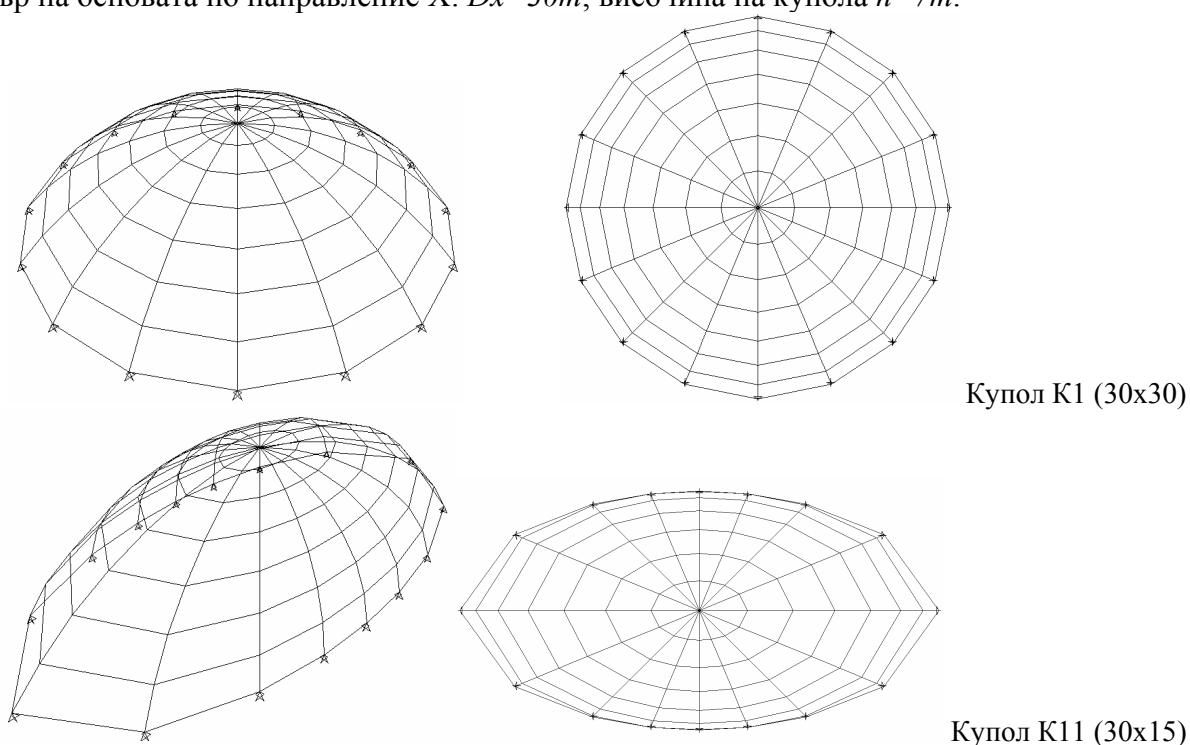
V.3. Динамично изследване на куполни прътови конструкции чрез три метода на комбиниране по координатни направления на ефектите от сеизмичното въздействие.

В това изследване са съпоставени теоретично и посредством числен експеримент различни методи на комбиниране по координатни направления на ефектите от сеизмично въздействие. Тези методи са възможностите, които ни предоставят *Единните европейски конструктивни норми*, в частност *Eurocode 8*. Отначало е направено едно теоретично сравнение, а след това е проведен числен експеримент върху модел на прътов купол с различни диаметри на основния пръстен по двете координатни направления. Основно са съпоставени резултати за прътови усилия, получени посредством метода, основан на правилото *SRSS* (корен квадратен от сумата на квадратите на ефектите по координатни направления) и чрез метода, използващ правилото на *30-те* процента. Накрая е потърсен вариант на метода *CQC*, чрез които се получават най-консервативни резултати, резултати в посока на сигурността при проектиране на сгради и съоръжения в сеизмични райони.

V.3.2. Описание на избраните изчислителни модели.

Като обекти за изследване на пространствени прътови конструкции са разгледани единадесет представители на куполи. Условно куполите са означени съответно с K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10 и K11, показани на фиг.V.19-а (K1) и фиг.V.19-б (K11). Изследването е параметрично с изменение на диаметъра в направление *Y* в интервала от $30 \div 15m$.

За избраните модели на прътови куполи са приети следните фиксирани параметри: диаметър на основата по направление *X*: $Dx=30m$; височина на купола $h=7m$.



фиг.V.19. Избрани прътови куполи.

За конструктивните елементи са приети напречни сечения от тръбни профили и стандартни горещо валцувани профили. В табл.V.19 са показани общите геометрични характеристиките на избраните куполи.

При генерирането на изчислителните модели е прието: гранични опорни условия: опорен пръстен върху радиално подвижни опори; корава връзка на елементите с опорният пръстен; корава връзка между елементите от ребрата и вътрешните пръстени от решетката.

За елементите от седемте купола по меридиана и пръстените са приети еднакви геометрични характеристики на напречните сечения, дадени в табл.V.20.

табл.V.19. Геометрични характеристики на изчислителните модели.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11
височина на купола h [m]	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
диаметър на купола D_x [m]	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
диаметър на купола D_y [m]	30	29,5	29	28,5	28	27,5	25	22,5	20	17,5	15
покривна площ [m ²]	707	695	683	672	660	648	589	530	471	412	353

табл.V.20. Геометрични характеристики на напречните сечения на елементите.

K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11			
	опорен пръстен	меридианни пръти	поясни пръти
напречно сечение	IPE 300	Ø88,9x4	Ø88,9x4
лице на напречното сечение [cm ²]	53,8	10,7	10,7
инерционен момент I_x [cm ⁴]	8356	96,3	96,3
модул на еластичност - $E = 206\,000$ МПа			

V.3.3. Сравнителен анализ на получените резултати.

В таблици от табл.V.21 до табл.V.23 последователно да дадени: периоди на трептене и сеизмични сили в избран елемент; резултати по различните методи за комбиниране по координатни направления; абсолютна разлика между максималните усилия, получени при различни методи за комбиниране по дадено координатно направление.

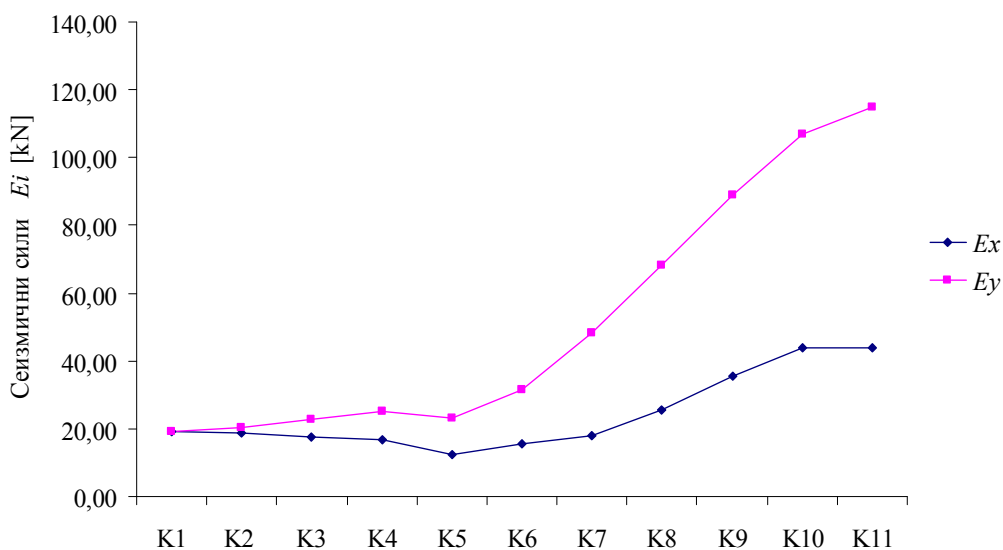
табл.V.21. Периоди на трептене и сеизмични сили в избран елемент.

	T_1 [s]	T_2 [s]	ΔT [%]	$E_x \cdot 1000$ [kN]	$E_y \cdot 1000$ [kN]	E_y/E_x
K1 (30x30)	0,988	0,988	0,00	19,04	19,04	1,00
K2 (30x29,5)	0,979	0,971	0,89	18,57	20,41	1,10
K3 (30x29)	0,970	0,953	1,81	17,56	22,59	1,29
K4 (30x28,5)	0,961	0,935	2,78	16,60	24,94	1,50
K5 (30x28)	0,953	0,916	3,99	12,28	23,14	1,88
K6 (30x27,5)	0,943	0,899	4,82	15,39	31,40	2,04
K7 (30x25)	0,901	0,810	10,64	17,97	48,44	2,70
K8 (30x22,5)	0,862	0,722	17,68	25,60	68,39	2,67
K9 (30x20)	0,830	0,637	26,29	35,66	88,83	2,49
K10 (30x17,5)	0,810	0,557	36,92	43,70	106,72	2,44
K11 (30x15)	0,836	0,506	49,10	43,90	114,76	2,61

табл.V.22. Резултати по различните методи за комбиниране по координатни направления.

	Методи за комбиниране по направления								
	SRSS	$E_x + 0,3E_y$	$E_x - 0,3E_y$	$-E_x + 0,3E_y$	$-E_x - 0,3E_y$	$0,3E_x + E_y$	$0,3E_x - E_y$	$-0,3E_x + E_y$	$-0,3E_x - E_y$
K1	26,92	24,75	13,33	-13,33	-24,75	24,75	-13,33	13,33	-24,75
K2	27,59	24,70	12,45	-12,45	-24,70	25,98	-14,83	14,83	-25,98
K3	28,61	24,34	10,79	-10,79	-24,34	27,85	-17,32	17,32	-27,85
K4	29,96	24,08	9,12	-9,12	-24,08	29,92	-19,96	19,96	-29,92
K5	26,20	19,22	5,34	-5,34	-19,22	26,83	-19,46	19,46	-26,83
K6	34,97	24,81	5,97	-5,97	-24,81	36,02	-26,78	26,78	-36,02
K7	51,67	32,50	3,44	-3,44	-32,50	53,83	-43,05	43,05	-53,83
K8	73,02	46,12	5,08	-5,08	-46,12	76,07	-60,71	60,71	-76,07
K9	95,72	62,31	9,01	-9,01	-62,31	99,53	-78,13	78,13	-99,53
K10	115,32	75,72	11,69	-11,69	-75,72	119,83	-93,61	93,61	-119,83
K11	122,87	78,33	9,47	-9,47	-78,33	127,93	-101,59	101,59	-127,93

На фигури от фиг.V.20 до фиг.V.25 са показани съответно: периоди на трептене; графика на ΔT ; сеизмични сили E_x и E_y ; отношение E_y/E_x ; съпоставка между методите за комбиниране по координатни направления; изменение на $|\Delta|$; $|\Delta|$ като функция на E_y/E_x .



фиг.V.22. Сеизмични сили E_x и E_y .

V.3.4. Заключение.

В настоящето изследване накратко теоретично са съпоставени три метода за комбиниране по координатни направления на ефектите и в частност усилията, получени от независимо сеизмично въздействие по същите тези направления. Това са трите възможни технологии, предоставени от *Единните европейски конструктивни норми*, отнасящи се до проектиране в сеизмично рискови райони, т.е. *Eurocode 8*. Въз основа на числен експеримент, практически са сравнени два от тези метода, а именно методът *SRSS* и методът на *30-те процента*. Това е направено чрез изчислителни модели на прътови куполи. От получените резултати, могат да се направят следните по-важни изводи:

- при ефекти сравнително близки по стойност по двете хоризонтални координатни направления, методът *SRSS* дава по-високи резултати, т.е. в посока на сигурността;
- в случай, че ефектите се различават съществено (с повече от 80% за конкретните модели), чрез методът на *30-те процента* се получават по-високи окончателни стойности;
- методът на комбиниране *CQC*, може да се разглежда като най-общ и при подходящ избор на коефициент β ще дава резултати винаги в посока на сигурността на конструкцията.

Препоръчително е, особено за сложни в геометрично отношение пространствени системи, да се прави индивидуална съпоставка на резултатите по методи *SRSS* и този на *30-те процента*. Това важи с особена сила за тези зони или елементи, които са в основата на носимоспособността на конструкцията, т.е. предопределящи нейния капацитет. Изследвания от подобен характер дават една допълнителна яснота относно диспозитивните нормативни текстове на *Eurocode 8*. Желателно е изследвания от такова естество да продължат и за в бъдеще, като се използват различни конструктивни конфигурации и се търси тази референтна стойност на коефициента β , която води до по-висока обща сигурност на конструкцията.

V.4. Изводи.

От съпоставяне на изчислителните резултати, могат да се направят следните по-съществени изводи:

- 1) Както е известно, периодът на собствени трептения е показател, по който се съди за поведението (способността) на системата да реагира при динамични въздействия.

Структурната решетка на изчислителни модели Вариант 1 е най-деформативна, поради което при тези модели се наблюдават и значителни по стойност първи периоди на трептене. Причината е в слабата огъвна и усуквателна коравина на този тип структурна решетка.

Промяната на граничните опорни условия от радиално подвижни на неподвижни практически не влияе на реагирането на този вид структурна решетка.

За да се подобри динамичното реагиране на изчислителни модели от Вариант 1 би следвало да се завишат инерционните характеристики на напречните сечения на елементите, с цел закоравяване на цялата структура.

2) Реагирането на изчислителни модели Вариант 2 и Вариант 3 е сходно, поради геометричната еквивалентност на структурните им решетки, които се явяват надграждане на решетката на Вариант 1 с допълнителни диагонали. Това води до чувствително подобряване на поведението на структурата. По-малките периоди показват по-голяма огъвнато-усуквателна коравина на този тип решетка.

3) Логично, изчислителните модели от Вариант 5 показват най-ниски периоди на трептене, поради значителната коравина на решетъчната структура.

4) След направения анализ на резултатите се наблюдава следната закономерност за стабилитетно осигурените структури (Вариант 2 – Вариант 5): при централен полуъгъл в интервала $60^\circ \div 70^\circ$ системите имат най-ниска стойност на първия период на трептене, нещо повече, при всички се наблюдава сходство в кривата на зависимостта централен полуъгъл – първи собствен период на трептене. Това води до извода, че оптималният полуъгъл от гледна точка на коравина, респективно деформативност на структурата е в диапазона $60^\circ \div 70^\circ$.

5) Видът на собствените форми на трептене (транслация или ротация) има съществено влияние върху цялостното поведение на структурата, а също така е и показател за успешната активация на масите в съответното направление с цел удовлетворяване на коефициента на ефективна модална маса. Наблюдава се следната закономерност: изчислителни модели с малък централен полуъгъл ($30^\circ \div 50^\circ$) имат първа собствена форма на трептене по направление Z. Това се обяснява с голямата им деформативност (недостатъчната им коравина) в това направление. При достигане на централен полуъгъл $60^\circ \div 70^\circ$ се наблюдава пренареждане на формите на трептене, като транслационните форми в направление X и Y изместват тези в направление Z.

6) Промяната на граничните опорни условия от радиално подвижни на неподвижни чувствително влияе на реагирането на изчислителни модели от Вариант 2 до Вариант 5, но само при централен полуъгъл в диапазона $30^\circ \div 60^\circ$ и малка коравина на опорния пръстен. Наблюдава се двукратно намаляване на първия период на трептене на моделите с неподвижните опори в сравнение със същите представители, но с радиално подвижни гранични условия. Логично, при закоравяване на опорния пръстен влиянието на този ефект отслабва.

7) Може да се направи следното заключение: влиянието на граничните опорни условия върху реагирането на структурите затихва с увеличаване на централния полуъгъл и коравината на опорния пръстен. При централен полуъгъл 90° видът на граничните опорни условия и коравината на пръстена не влияят на динамичното реагиране на структурите.

8) При ефекти сравнително близки по стойност по двете хоризонтални направления, методът SRSS за комбиниране по координатни направления дава по-високи резултати.

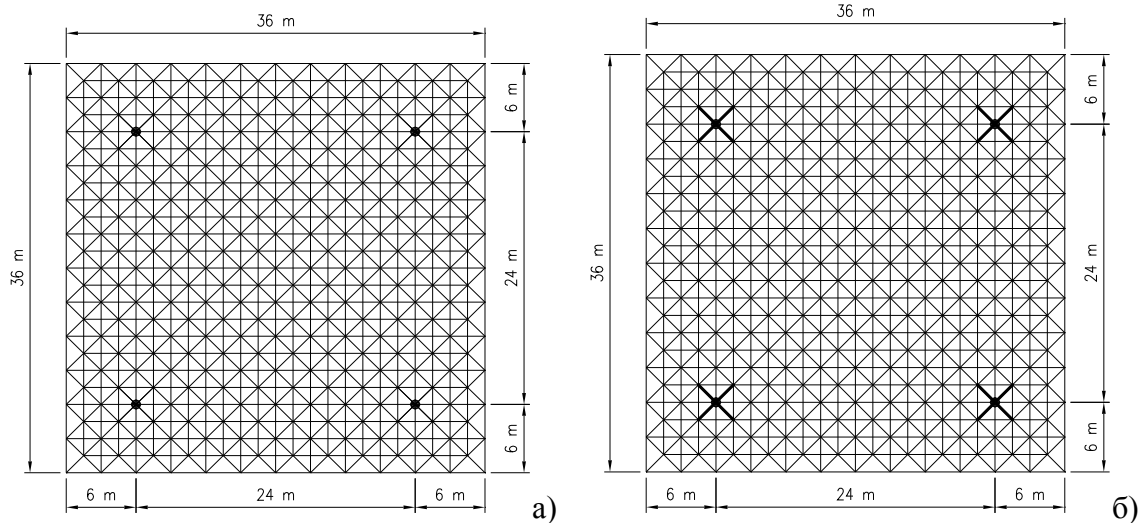
9) В случай, че ефектите се различават съществено (с повече от 80%), чрез методът на 30-те процента се получават по-високи окончателни стойности.

10) Методът на комбиниране на модалните приноси CQC дава резултати в посока на сигурността.

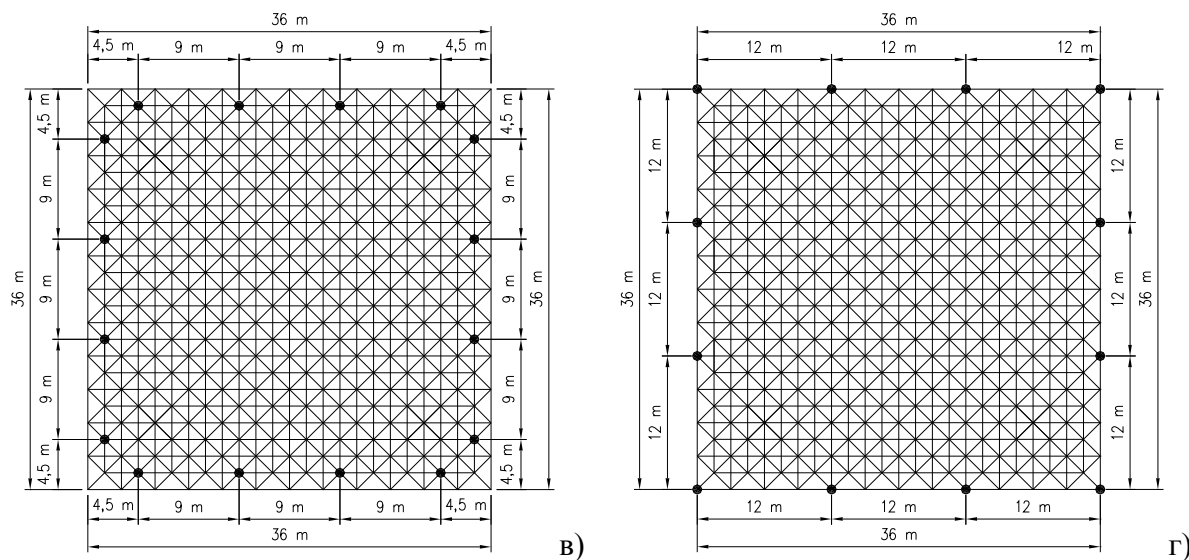
V.5. Анализ на двуслойни структурни конструкции, подложени на сеизмично въздействие.

V.5.1. Описание на избраните изчислителни модели.

В тази точка е изследвано динамичното реагиране на двуслойни структурни конструкции. Като обекти на изследване са разглеждани четири модела. Приета е ортогонална структурната решетка по горната и долна поясни повърхнини с размери на структурната клетка 3/3m. Изчислителните модели се различават по начина на подпирание и са означени условно със С.1 - структурна конструкция, подпряна върху четири колони с оформени пространствени прътови капители и четиристранно конзолно издаване; С.2 - структурна конструкция, подпряна отново върху четири колони, но капители във вид на опорни диагонали и четиристранно конзолно издаване; С.3 - структурна конструкция, подпряна по контура на долният пояс; С.4 - структурна конструкция, подпряна по външния контур. Избраните представители на структурни конструкции са показани на фиг.V.27 и фиг.V.28.



фиг.V.27-а). Избрани представители на структурни конструкции.

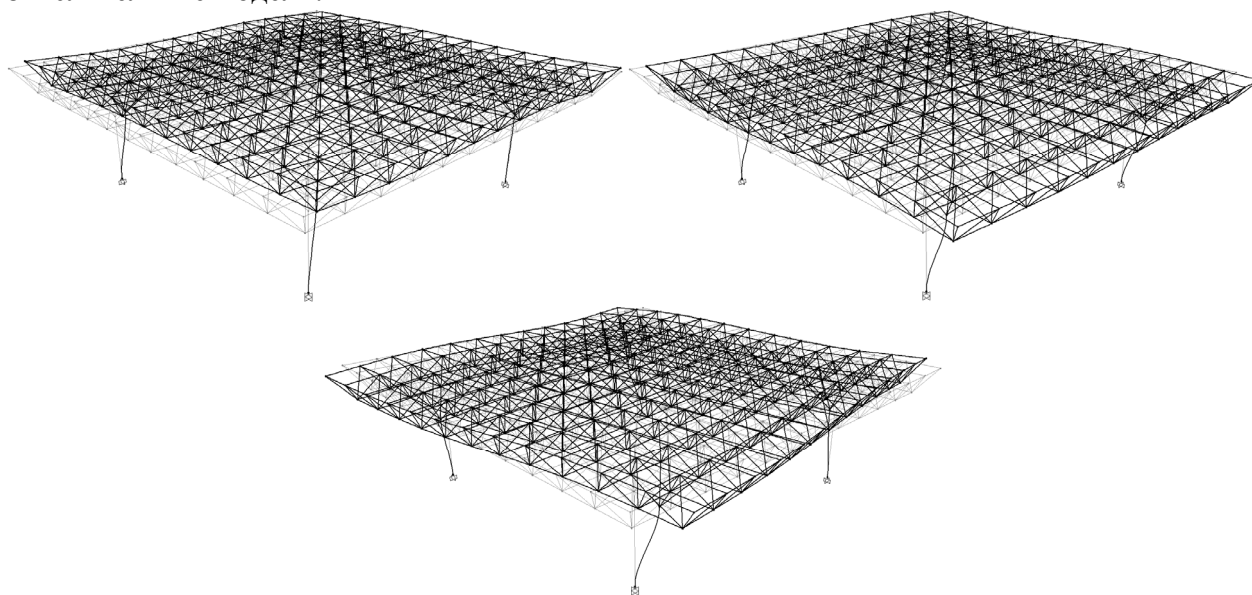


фиг.V.27-б). Избрани представители на структурни конструкции.

V.5.2. Анализ на получените резултати.

Динамичното изследване на избраните изчислителни модели на двуслойни структурни конструкции е проведено на два етапа: модален и спектрален анализи. Първо са получени собствените форми на трептене на разглежданите изчислителни модели и кореспондиращите им периоди. Също така, за всеки вариант са отчетени толкова форми на трептене, така че да бъде удовлетворен коефициентът на ефективна модална маса. Резултатите са представени в

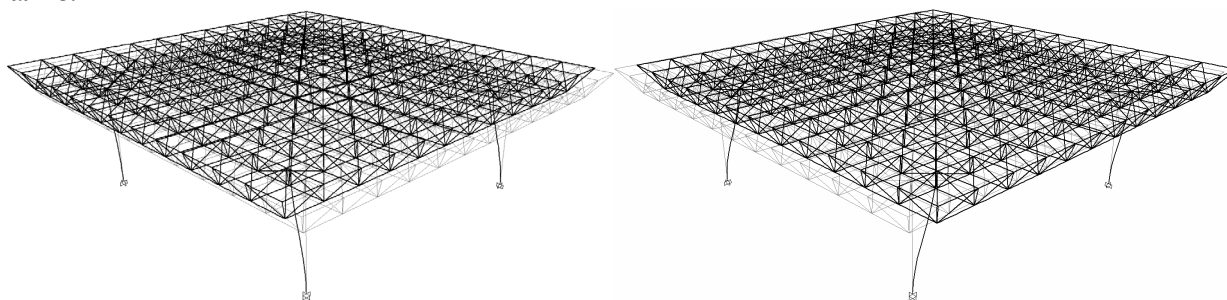
табл.V.24. На фиг.V.29÷фиг.V.32 са показани първите три форми на трептене на изчислителните модели.



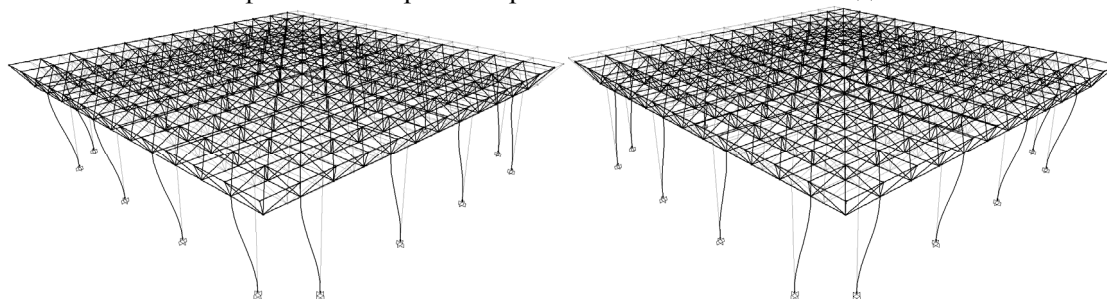
фиг.V.29. Форми на трептене за изчислителен модел С.1.

След модалният анализ е проведен спектрален такъв. За спектрална крива е използвана препоръчаната за група почва С. Като основен параметър за съпоставка на изчислителните резултати е използвано преместването в характерна точка. Резултатите са представени в табл.V.25.

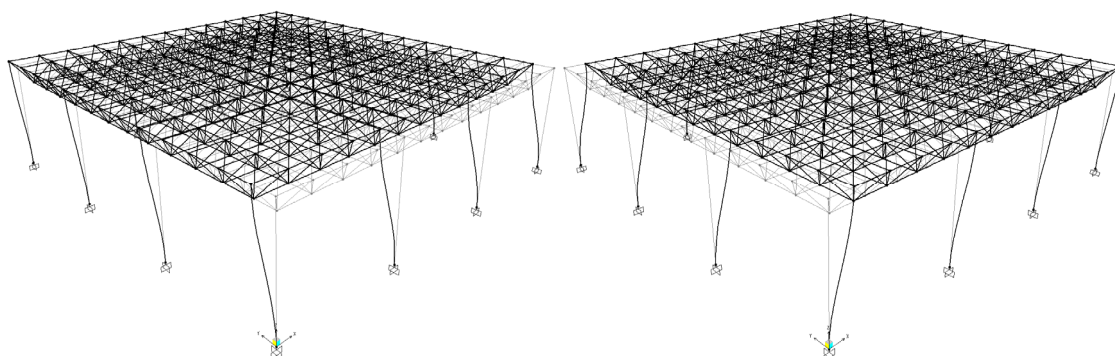
Целта на проведеното изследване е да се управлява динамичното реагиране на двуслойни структурни конструкции, подложени на сеизмично въздействие. При дадена геометрия това се свежда до избор на вид на структурната решетка и вид на граничните опорни условия. За удовлетворяване на поставената цел разгледаните възможни варианти се оценяват на база показните резултатите и се препоръчва вариант, който показва поведение, кореспондиращо с действителното желано такова. Тъй като изследването е параметрично е важно още на етап модален анализ да се оценят получените форми на трептене и нежеланите такива да се оптимизират или изместят, с цел по-малка тежест в последващия спектрален анализ.



фиг.V.30. Форми на трептене за изчислителен модел С.2.



фиг.V.31. Форми на трептене за изчислителен модел С.3.



фиг. V.32. Форми на трептене за изчислителен модел C.4.

табл. V.24. Периоди на трептене и коефициент на ефективна модална маса.

Табел. V.2.7. Периоди на трептене и коефициент на ефективна модална маса.									
Mode №	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios			Mode №	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ			Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Model C.1					Model C.2				
1	0,460	0,817	0,168	0,000	1	0,649	0,029	0,971	0,000
2	0,460	0,985	0,985	0,000	2	0,649	1,000	1,000	0,000
3	0,419	0,985	0,985	0,000	3	0,497	1,000	1,000	0,000
...					...				
30	0,058	0,999	0,999	0,923	66	0,038	1,000	1,000	0,932
Mode №	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios			Mode №	Period [sec]	Modal Participating Mass Ratios		
		Σ UX	Σ UY	Σ UZ			Σ UX	Σ UY	Σ UZ
Model C.3					Model C.4				
1	1,792	0,998	0,002	0,000	1	2,695	0,000	1,000	0,000
2	1,792	1,000	1,000	0,000	2	2,695	1,000	1,000	0,000
3	0,967	1,000	1,000	0,000	3	1,980	1,000	1,000	0,000
...					...				
36	0,052	1,000	1,000	0,943	15	0,094	1,000	1,000	0,924

табл. V.25. Преместване в точка A за различните изчислителни модели.

		Преместване в точка A по направление:		
		X [m]	Y [m]	Z [m]
Model	C.1	0,0077	0,0077	0,0036
	C.2	0,0142	0,0142	0
	C.3	0,0387	0,0387	0
	C.4	0,0585	0,0585	0

V.5.3. Изводи.

След съпоставка на получените резултати могат да се направят следните изводи:

- Както е известно, периодът на собствени трептения е показател, по който се съди за поведението (способността) на системата да реагира при динамични въздействия. Структурната решетка на изчислителни модели C.3 и C.4 е деформативна, поради което при тези модели се наблюдават и значителни по стойност първи периоди на трептене, виж табл. V.24. Причината е в слабата огъвна и усуквателна коравина на този тип структурна решетка.

- Видът на собствените форми на трептене (транслация или ротация) има съществено влияние върху цялостното поведение на структурата, а също така е и показател за успешната активация на масите в съответното направление с цел удовлетворяване на коефициента на ефективна модална маса.

- Първите две собствени форми на изследваните конструкции са транслационни, насочени по посока на координатните оси x и y и съответните им собствени честоти и периоди на трептене са равни. Третата форма е усуквателна, а четвъртата форма е свързана с вертикално трептене. Следващите форми имат огъвно-усуквателен характер с изразено вертикално трептене.

Заклучение

Нека повторим в резюмиран вид същността на проблемите и анализът им, извършен в отделните глави на дисертацията.

Глава 1 представлява въведение в темата и литературен обзор на проблема. Тя обхваща и целите на дисертацията.

В **глава 2** е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на еднослойни дискретни сферични куполи при статично натоварване. Като обекти на изследване са разгледани седемдесет модела на куполи. Изчислителните модели се различават по вида на граничните опорни условия, структурната решетка и височината им (във функция на централния полуъгъл и радиуса на сферичната повърхност). Те са групирани в два типа изчислителни модели (според вида на граничните опорни условия), а всеки тип съдържа съответно по пет варианта (според морфологията на структурната решетка). От своя страна всеки вариант има по седем представители (в зависимост от височината им). Изследването на дискретните сферични куполи е проведено чрез програмен продукт, базиран на Метод на крайните елементи. За изграждане на изчислителните модели на еднослойни дискретни сферични куполи са използвани едномерни крайни елементи тип *frame*. След проведеното статическо изчисляване с програмен продукт *SAP2000*, численото сравнение е направено по следните признаци: изменение на нормалните усилия в прътите от решетката; местоположение на неутралната линия, разделяща натискови и опънни усилия в пръстените на куполите; вертикално преместване на характерни възли.

В тази глава е въведен нов параметър, който е означен като "линейна напрегнатост". Чрез него се оптимизират в неявен вид теглата на сферични прътови куполи с различни типове решетка при еднакъв основен диаметър и различни централни полуъгли, съответни на опорния паралел на купола. Ефектът при използване на параметъра "линейна напрегнатост" е че не е необходимо да се извършва реално оразмеряване на прътите от куполната решетка. При фиксиран основен диаметър и височина на купола минимизацията на теглото се търси чрез вариране на типа на структурната решетка. При по-комплексен подход оптимизацията (по-точно, минимизацията) на теглото се постига, като се фиксира само основния диаметър, а при всеки отделен тип решетка централният полуъгъл, който определя височината на купола, се изменя на равни интервали в практически познатите граници. Оптимизацията предполага възможност за ефективно статическо решение на най-сложните куполни решетки, независимо от тяхната "неопределимост" в силов смисъл.

Също така в тази глава е изследвано напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи, подложени на несиметрично вертикално натоварване. Като обекти на изследване са разгледани допълнително още четиридесет модела на дискретни куполи, за генерирането на които са използвани *frame* крайни елементи. Изчислителните модели се различават по вида на структурната решетка. Направена е и съпоставка с гладки непрекъснати куполи, като за целта са изградени три допълнителни модела. Споменатите куполи са генерирани с *shell* крайни елементи с различна размерност на дискретизационната мрежа. Съблюдавано е условието за еднаквост на преместването на приложната точка на силата, съпоставено с дискретните модели. Вертикалното натоварване е концентрирана сила, която се прилага в различни възли по радиалните ферми. Резултатите са представени в графичен и табличен вид.

В **глава 3** са построени и изследвани повърхнини на влияние за нормални усилия в избрани представители на дискретни сферични куполи. Повърхнината на влияние представлява тримерната графика, която отразява изменението на усилието, като функция от положението на подвижна съсредоточена сила с единична големина и постоянно направление, обхождаща "пътна" повърхнина. При плоски пространствени прътови системи тя е съвкупност от линии на влияние, построени за отделни взаимно ортогонални сечения през равни интервали върху площта на изследвания обект. При прътовите куполи обаче възникват редица затруднения, защото разстоянието между сеченията намалява по височина на меридиана, а геометричната област, върху която се строи повърхнината на влияние е с двойна кривина и трябва да се намери "четлива" форма за изобразяването ѝ. Въпросът е по какъв начин да се изобрази повърхнината на влияние - дали като проекция върху хоризонтална равнина, която илюстрира недостатъчно четливо изменението на повърхнината на влияние в зоните около опорния пръстен или в картографска проекция - чрез разгъване на сферичната повърхност върху вертикална равнина. В този случай

разстоянията между меридианите близо до върха са силно преувеличени и деформират повърхността. Трета възможност е аксонометричното изобразяване на купола в избран поглед, като ординатите на повърхнината на влияние се нанасят вертикални. Тази възможност е възприета за представяне. Пресмятането на ординатите на тази графика за пространствени системи по ръчен способ е почти невъзможно, поради високата им степен на статическа неопределимост по метода на преместванията и метода на силите. С използването на съвременни софтуерни програми по МКЕ (SAP2000, ANSYS и др.), изчисляването на ординатите на повърхнината на влияние за определено усилие обаче вече е улеснено. Както е известно от строителната статика, съществуват три метода за построяване на линии на влияние, които могат да се приложат и за построяване на повърхнините на влияние: статичен, кинематичен и комбиниран метод. При статичният метод се проследява изменението на разглежданата величина по стойност и знак при промяна на местоположението на подвижна единична сила в дефинирани пътни участъци. За всяко положение на тази сила се записва уравнението за равновесие и се пресмята търсената реакция, усилие и т.н. Кинематичният метод е основан на принципа на възможните премествания, при който се записват уравненията за работата на силите, действащи върху системата, чрез отстраняване на връзката, носеща усилието. Така статическата ѝ неопределимост се намалява с единица, а ако системата е била определима, се превръща в механизъм.

Основните цели и задачи, свързани с изследването на повърхнините на влияние са: да се очертаят зоните за получаване на екстремни (натискови и опънни) стойности за усилията в прътите от купола с различна морфология на структурната решетка под действие на товар, вертикален към сферичната повърхнина; да се определят зоните на ПВ, в които натоварването не влияе съществено върху изследваното прътово усилие, което би довело до опростяване на процедурата за търсене на екстремни усилия; да се изясни ролята на симетричен, несиметричен и локален товар върху състоянието на прътите; повърхнините на влияние да се използват за изследване на куполите в стадий на гранично равновесие (загуба на устойчивост) и при изследване на загуба на носимоспособност на елементите.

След обработка на резултатите (в случая на ординатите от повърхнините на влияние) за оценка на повърхнините на влияние за усилия в елементите от различните изчислителни модели са въведени следните оценъчно-количествени показатели: абсолютна, натискова и опънна плътност. Въз основа на тези показатели са дефинирани показатели, наречени коефициенти на участие: коефициент на натискова активизация и коефициент на опънна активизация. Резултатите са представени в графичен и табличен вид.

В глава 4 е изследван представител на еднослойни дискретни сферични куполи в гранично състояние. Загубата на устойчивост на този купол е свързана със скрита форма на измятане на конструктивни елементи при достигане на критичната сила

Численото решение е проведено с програмен продукт, базиран на Метода на крайните елементи, като са разгледани различни случаи на локални и несиметрични натоварвания, съобразени с построените повърхнини на влияние в предишната глава. За определяне на критичната стойност на параметъра на натоварване е използвано стъпково нарастване на товара с последователни приближения, до намиране на гранично равновесно състояние на системата. При достигане на гранична носимоспособност на натиск на даден елемент се приема, че той излиза от работа и при следващия изчислителен етап приносът му не се взема предвид. Изследването е проведено в условията на геометрична нелинейност, отчетена с Р-Δ ефекта, т.е. влияние на нормалните усилия върху коравината на системата, като се предполага, че преместванията нарастват след изключване на елементи от работа. Условията за равновесие се записват спрямо деформирано положение на структурата.

Изследването на устойчивото поведение на прътовите куполи е разделено в два параграфа:

- Изследване в гранично състояние на избран мрежест купол при отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти;
- "Комбинирани" механизми на разрушение на избран купол при едновременно отчитане на загуба на устойчивост в натиснати пръти и изчерпване на якостна носимоспособност в опънати пръти.

В глава 4, за изследване поведението структурни конструкции в гранично състояние, са избрани четири изчислителни модела. Приета е ортогонална структурната решетка по горната и

долна поясни повърхнини с размери на структурната клетка 3/3m. Моделите се различават по начина на подпиране и са означени условно със С.1 - структурна конструкция, подпряна върху четири колони с оформени пространствени прътови капители и четиристранно конзолно издаване; С.2 - структурна конструкция, подпряна отново върху четири колони, но капители във вид на опорни диагонали и четиристранно конзолно издаване; С.3 - структурна конструкция, подпряна по контура на долният пояс; С.4 - структурна конструкция, подпряна по външния контур.

Численото решение на структурните конструкции е проведено отново с програмен продукт, базиран на Метода на крайните елементи, като са разгледани различни случаи на локални, симетрични и несиметрични натоварвания, съобразени с построени повърхнини на влияние. За определяне на критичната стойност на параметъра на натоварване е използвано стъпково нарастване на товара с последователни приближения, до намиране на гранично равновесно състояние на системата. При достигане на гранична носимоспособност на натиск на даден елемент се приема, че той излиза от работа и при следващия изчислителен етап приносът му не се отчита. Изследването е проведено в условията на геометрична нелинейност, отчетена с Р-Δ ефекта, т.е. влияние на нормалните усилия върху коравината на системата, като се предполага, че преместванията нарастват след изключване на елементи от работа. Условията за равновесие се записват спрямо деформирано положение на структурата.

В глава 5 е изследвано динамичното реагиране на еднослойни дискретни сферични куполи. Като обекти на изследване са разгледани седемдесет модела на куполи. Изчислителните модели се различават по вида на граничните опорни условия, структурната решетка и височината (във функция на централния полуъгъл и радиуса на сферичната повърхност). Избраните представители на дискретни сферични куполи са групирани в два типа изчислителни модели (според вида на граничните опорни условия), а всеки тип съдържа съответно по пет варианта (според морфологията на структурната решетка). От своя страна всеки вариант има по седем представителя (в зависимост от височината).

Изследването на дискретните сферични куполи е проведено чрез програмен продукт, базиран на Метод на крайните елементи. За изграждане на изчислителните модели на еднослойни дискретни сферични куполи са използвани едномерни крайни елементи, тип Frame.

Натоварването е статично и динамично. Статичното натоварването е вертикална проекция на условно ососиметрично натоварване, равномерно разпределено върху хоризонтална площ, равна на основата на купола. Интензивността е приета $q=5\text{kN/m}^2$, която приблизително отчита натоварването от постоянни товари (собствено тегло на конструкцията и покритието) и временен товар от сняг. Динамичното натоварване е симулация на сеизмично въздействие. Самото сеизмично въздействие е зададено с три независими една от друга компоненти (две хоризонтални и една вертикална) със 100% спектър на реагиране. При изследването на избраните дискретни сферични куполи е отчетено самостоятелното действие на всяка една от компонентите. Също така е направено комбиниране по направление на въздействието по методите SRSS (корен квадратен от сумата на квадратите) и правилото на 30-те процента.

Динамичното изследване на избраните изчислителни модели на еднослойни сферични куполи е проведено на два етапа: модален и спектрален анализи. Първо са получени собствените форми на трептене на разглежданите изчислителни модели и кореспондиращите им периоди. Също така, за всеки вариант са отчетени толкова форми на трептене, така че да бъде удовлетворен коефициентът на ефективна модална маса. Направено е сравнение между два от известните методи за комбиниране по форми на трептене, а именно методите CQC и SRSS.

След модалния анализ е проведен спектрален такъв. За спектрална крива е използвана препоръчаната за група почви С. На този етап е направено сравнение на два метода за комбиниране по направление на въздействието (SRSS и правилото на 30-те процента). Като основен параметър за съпоставка на изчислителните резултати са използвани опорните реакции.

Целта на проведеното изследване е да се управлява динамичното реагиране на еднослойни сферични куполи, подложени на сеизмично въздействие. При дадена геометрия това се свежда до избор на вид на структурната решетка и вид на граничните опорни условия. За удовлетворяване на поставената цел разглежданите възможни варианти се оценяват на база показните резултатите и се препоръчва вариант, който показва поведение, кореспондиращо с действителното желано такова. Тъй като изследването е параметрично е важно още на етап модален анализ да се оценят

получените форми на трептене и нежеланите такива да се оптимизират или изместят, с цел по-малка тежест в последващия спектрален анализ.

В глава 5 е изследвано и динамично реагиране на куполни конструкции върху шестоъгълна основа с триъгълна морфология на структурната решетка. Като обекти на изследване са разгледани седем модела на куполи. Изчислителните модели се различават по височината (във функция на централния полуъгъл).

Също така е изграден и модифициран изчислителен модел на варианта с централен полуъгъл 60° , при който са развити и козирки, с цел получаване на еквивалентна покривна площ с моделите от Вариант 1 до Вариант 5.

Целта на проведеното изследване е да се управлява динамичното реагиране на еднослойни дискретни куполи. Като основни показатели за съпоставка на изчислителните модели са използвани: вид на собствените форми на трептене; коефициент на ефективна модална маса.

В тази глава са съпоставени теоретично и посредством числен експеримент различни методи на комбиниране по координатни направления на ефектите от сеизмично въздействие. Тези методи са възможностите, които ни предоставят Единните европейски конструктивни норми, в частност Eurocode 8. Отначало е направено едно теоретично сравнение, а след това е проведен числен експеримент върху модел на прътов купол с различни диаметри на основния пръстен по двете координатни направления. Основно са съпоставени резултати за прътови усилия, получени посредством метода, основан на правилото SRSS (корен квадратен от сумата на квадратите на ефектите по координатни направления) и чрез метода, използващ правилото на 30-те процента. Накрая е потърсен вариант на метода CQC, чрез които се получават най-консервативни резултати, резултати в посока на сигурността при проектиране на сгради и съоръжения в сеизмични райони.

Препоръчително е, особено за сложни в геометрично отношение пространствени системи, да се прави индивидуална съпоставка на резултатите по методи SRSS и този на 30-те процента. Това важи с особена сила за тези зони или елементи, които са в основата на носимоспособността на конструкцията, т.е. предопределящи нейния капацитет. Изследвания от подобен характер дават една допълнителна яснота относно диспозитивните нормативни текстове на Eurocode 8. Желателно е изследвания от такова естество да продължат и за в бъдеще, като се използват различни конструктивни конфигурации и се търси тази референтна стойност на коефициента β , която води до по-висока обща сигурност на конструкцията.

В глава 1 формулите са представени в оригинал, поради което за една и съща величина се срещат различни означения. Всяка от главите е обособена като самостоятелна част, насочена към различен проблем, като при нужда от по-пълно разбиране са направени съответни препратки. Това създава известно повторение в текста, но прави изложението по-лесно четимо и разбираемо.

Научни приноси от проведените изследвания:

Според съдържанието на проведените изследвания авторът счита, че е допринесъл към обогатяване на знанията за поведението на пространствените прътови куполи и структурни конструкции и формулира претенция за следните научни приноси:

1. Изяснено е влиянието на типа на решетката върху якостта и коравината в зависимост от промяна на конструктивната височина.
2. Въведен е нов параметър, който е означен като "линейна напрегнатост". Чрез него се оптимизират в неявен вид теглата на сферични прътови куполи с различни типове решетка при еднакъв основен диаметър и различни централни полуъгли, съответни на опорния паралел на купола. Ефектът при използване на параметъра "линейна напрегнатост" е, че не е необходимо да се извършва реално статическо изчисляване и оразмеряване на прътите от куполната решетка. Формулирана е оптимизационна процедура за минимизиране на теглото на куполите, обвързана с промяна на централния полуъгъл.
3. Въведени са оценъчно-количествени показатели и коефициенти на участие за повърхнини на влияние.
4. Предложена е методология за изследване на прътови куполи и структурни плочи на устойчивост в гранично състояние при използване на подхода за изключване на пръти, изчерпили носещата способност на натиск и опън.
5. Проследено е влиянието на конструктивните параметри на прътови куполи и структурни плочи върху динамичното им поведение при сеизмично въздействие.

Насоки за бъдещи изследвания

А) Структурни конструкции

Методологията за изследване на структурни плочи на устойчивост в гранично състояние при използване на подхода за изключване на пръти да се прецизира, като се отчетат следните особености и фактори:

- при предварително (начален етап) изключен елемент по горния и долния пояс и опорен диагонал, определяне на най-напрегнатите пръти, след което да се започне с изключвано последователно от работа. Загуба на вътрешен опорен диагонал чувствително намалява носимоспособността и коравината на конструкцията.
- да се отчете влиянието от начални геометрични неправилности в дължините на прътите (скъсяване и удължаване) и да се очертаят зоните, където тези неправилности практически не влияят върху носимоспособността на системата.
- да се определят приблизителни граници, за които е необходимо отчитането на ефекта от материалната и геометрична нелинейности.

Б) Дискретни куполи

- да се прецизира моделът на възловото съединение: обикновено се приема корава или ставна връзка между елементите, но в действителност, в зависимост от вида на конструктивния възел, най-често съществува частично еластично запъване (закоравяване) на конструктивния прътов елемент.

На база числени и натурни експерименти да се направят препоръки относно:

- кой вид нелинейност е необходима да се използва: геометрична нелинейност с еластичен анализ или геометрична и физическа нелинейност с еластично-пластичен анализ;
- избор на физически модел: дискретна система или еквивалентен непрекъснат модел;
- избор на изчислителен модел и изчислителна процедура за нелинейното изследване на предкритичното и следкритично поведение.
- отчитане на факторите, влияещи върху носимоспособността: гъстота на решетката, геометрични и механични отклонения, пластични деформации, коравина на възлите, разпределение на товарите.
- да се разработи методика, в която с помощта на графики и аналитични изрази да се определя критичното натоварване.

Публикации, свързани с темата на дисертацията:

1. Handruleva A., Kazakov K., "On the influence of the structural grid configuration over the stresses in the base ring of spherical domes", 10 th international scientific conference VSU' 2010
2. Хандрулева А., Матуски Вл., Казаков К., Банков Б., "Анализ на еднослойни дискретни сферични куполи, подложени на сеизмично въздействие. Управление на динамичното реагиране", Международна научна конференция "Проектиране и строителство на сгради и съоръжения", DCB2012
3. Хандрулева А., Матуски Вл., Казаков К., Банков Б., "Определяне на критични товарни зони в дискретни сферични куполи с използване на повърхнини на влияние", Научна конференция "Техника и строителни технологии в транспорта", 2012
4. Handruleva A., Matuski V., "Loss of stability and mechanisms of destruction for spatial structures. Behavior management by finding new forms of equilibrium", Scientific conference Planning, design, construction and building renewal, iNDiS 2012

Декларация за самостоятелност

Авторът на настоящата дисертация декларира, че идеята за предложените подобрения в изследването на напрегнатото и деформирано състояние на дискретни сферични куполи и структурни конструкции, методологията и предметът на числените експерименти, както и всички представени резултати (с изключение на цитираните) са оригинални и са получени след самостоятелна изследователска работа, подпомогната от научните ръководители.

Благодарности

Изказвам моята най-дълбока благодарност на родителите ми Златка и Костадин Хандрулеви за възпитанието, което са ми дали, за образованието, което семейството ми осигури и за тяхната значима морална подкрепа.

Благодаря на проф. д-р инж. Банко Банков и проф. д.т.н. инж. Константин Казаков, които са научни ръководители на тази дисертация и мои учители в областта на строителното инженерство. Сърдечно благодаря за професионализма, споделените знания, човешкия и професионален пример, търпението и доверието, с които бе съпътствана нашата работа.

Не мога да не изразя своята най-дълбока признателност към ръководството на ВСУ "Л. Каравелов" за предоставената възможност и подкрепата по време на разработване на дисертацията. Благодаря на доц. д-р инж. Радан Иванов, ректор на ВСУ и на доц. д-р инж. Георги Годиначки, декан на строителния факултет, за отличната организация и подкрепата, оказвани ми през целия период на работа върху дисертационното изследване. Благодаря на проф. д-р инж. Рангел Рангелов за умелите напътствия и за вярата в моя потенциал. Благодаря на проф. д-р инж. Маргарита Хамова за подкрепата и доверието в стойността на направените изследвания.

Благодаря на вътрешния рецензент проф. д-р инж. Дончо Партов за задълбочения прочит, уместните коментари и бележки и цялостния интерес към изследванията.

Благодаря на целия колектив на катедра „Механика и математика” за изказаните компетентни мнения и съвети в различни етапи от обсъждане на дисертацията.

Бих искала да благодаря и на докторантите инж. Владимир Матуски и инж. Илияна Стойнова, с които сме имали общи разработки, и които ще продължат развитието на идеите, представени в дисертационното изследване.

Анита Хандрулева,
София, 2013г.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kazakov, K., "Theory of Elasticity, Stability and Dynamics of Structures Common Problems", Published by Trafford Publishing, Print ISBN 1466968621, eBook ISBN 9781466968639.
- [2] Казаков, К., "Метод на крайните елементи за моделиране на строителни конструкции", Академично издателство "Проф. Марин Дринов", С., 2010.
- [3] Казаков, К. С., "Моделиране на конструкции с Метод на крайните елементи", София, 2004.
- [4] Банков, Б., Павлова, Ю., "Метод на крайните елементи в строителната механика", УАСГ, С., 1999.
- [5] Казаков, К., "Теория на еластичността, устойчивост и динамика на строителните конструкции", Академично издателство „Проф. Марин Дринов“, С., 2010.
- [6] Банков, Б., "Теория на еластичността, устойчивост и динамика на еластичните системи", УАСГ, С., 2004.
- [7] Банков, Б., "Строителна статика, част I, Определими системи", УАСГ, С., 2001.
- [8] Банков, Б., "Строителна статика, част II, Неопределими системи", УАСГ, С., 2001.
- [9] Върбанов, Хр., "Теория на еластичността", Техника, С., 1976.
- [10] Върбанов, Хр., "Устойчивост и динамика на еластичните системи", Техника, С., 1989.
- [11] Върбанов, Хр., Тепавичаров, А., Ганев, Т., "Приложна теория на еластичността и пластичността", Техника, С., 1992.
- [12] Карамански, Т., Рангелов, Р., "Методично ръководство за решаване на задачи по строителна статика", Техника, С., 1976.
- [13] Бобев, Т., колектив, "Устойчивост и динамика. Ръководство за решаване на задачи", Техника, С., 1994.
- [14] Хандрулева А., Матуски, Вл., Казаков, К., Банков, Б., "Ръководство за решаване на задачи по теория на еластичността, устойчивост и динамика на строителните конструкции", Висше строително училище Л. Каравелов, С., 2011.
- [15] Байчев, И., "Помощни таблици по строителна механика, част II – теория на еластичността", УАСГ, С., 2005.
- [16] Байчев, И. "Помощни таблици по строителна механика, част III – устойчивост и динамика на конструкциите", УАСГ, С., 2005.
- [17] Карамански, Т., "Числени методи в строителната механика", Техника, 1976.
- [18] Казаков, К. С., "Сравнителен анализ на модели за изследване на фундаментни плочи", дисертация, УАСГ, 2002.
- [19] Динев, Д., "Анализ на конструкции със SAP2000. Методическо ръководство в примери", УАСГ, С., 2005.
- [20] Хандрулева, А., Матуски, Вл., Казаков, К., "Моделиране на строителните конструкции с програмен продукт SAP2000", Висше строително училище Л. Каравелов, С., 2012.
- [21] Казаков, К., "Вариант на приложна класификация на структурни крайни елементи за статичен и динамичен анализ на конструкции", националната конференция с международно участие на ВСУ "Л. Каравелов", 2005
- [22] Беленя, Е. И., "Металлические конструкции", Стройиздат, Москва, 1985г.
- [23] Ганев, Т., "Метод на граничното равновесие", УАСГ, София, 2003г.
- [24] Даков, Д., "Стоманени конструкции от тръбни профили", Строителни конструкции ООД, С., 2004г.
- [25] Даков, Д., "Тръбни стоманени профили", Справочник, УАСГ, София, 2003г.
- [26] Липницкий, М. Е., "Купола-расчет и проектирование", СИ, Ленинград, 1973г.
- [27] Квартирников, Ал., "Строителна статика I и II част", Техника, София, 1970г.
- [28] Мельников, Н. П., "Металлические конструкции - Современное состояние и перспективы развития", Стройиздат, Москва, 1984г.
- [29] Металлические конструкции "Справочник проектировщика", Стройиздат, Москва, 1980г.
- [30] Партов, Д., Бонев, А., Строителна подсистема "Главна конструкция за сгради с пространствена прътова конструкция", ППК-85-МАрХИ, Строителство, кн.1, 1986.
- [31] Строителна подсистема "Главна конструкция за сгради с пространствена прътова конструкция", ППК-85-МАрХИ, Указания за проектиране.
- [32] Трофимов, В. И., Бегун Г. Б., "Структурные конструкции (исследование, расчет и проектирование)", Стройиздат, Москва, 1972г.
- [33] Трущев, А. Г., "Пространственные металлические конструкции", Стройиздат, Москва, 1983г.
- [34] ЦНИИСК, "Рекомендации по проектированию структурных конструкций", Стройиздат, Москва, 1984г.
- [35] НАРЕДБА № РД-02-20-2 от 27 януари 2012г. за проектиране на сгради и съоръжения в земетръсни райони, (Обн., ДВ, бр. 13 от 2012г.; попр., бр. 17 и 23 от 2012г.).
- [36] НАРЕДБА №3 от 21 юли 2004г. за основните положения за проектиране на конструкциите на строевите и за въздействията върху тях Издадена от Министерството на регионалното развитие и благоустройството Обн. ДВ. бр.92 от 15 Октомври 2004г., попр. ДВ. бр.98 от 5 Ноември 2004г., изм. ДВ. бр.33 от 15 Април 2005г.
- [37] Еврокод 3: Проектиране на стоманени конструкции, БИС, ISBN 978-954-387-009-7.
- [38] Еврокод 8: Проектиране на конструкции за сеизмични въздействия, БИС, ISBN 978-954-387-012-7.
- [39] Gioncu, V., Balut, N., "Instability Behavior of Single Layer Reticulated Shell", Int. Journal of Space Structures", Vol.7, No.4, 1992, p.243-250.
- [40] Gioncu, V., "Buckling of Reticulated Shell:State of-the Art", Int. Journal of Space Structures, Vol.10, No.1, 1995, p.1-37.
- [41] El-Sheikh, A. I., "Numerical Analysis of Space Trusses With Flexible Member-End Joints", Int. Journal of Space Structures, Vol.8, No.3, 1993, p.189-197.
- [42] El-Sheikh, A. I., "Numerical Analysis of Composite Space Trusses", Int. Journal of Space Structures, Vol.9, No.4, 1994, p.219-225.
- [43] El-Sheikh, A. I., "Sensitivity of Composite and Non-Composite Space Trusses to Member Loss", Int. Journal of Space Structures, Vol.9, No.2, 1994, p.107-119.
- [44] El-Sheikh, A. I., "Sensitivity of Space Trusses to Member Geometric Imperfections", Int. Journal of Space Structures, Vol.10, No.2, 1995, p.89-98.
- [45] El-Sheikh, A. I., "Sensitivity of Space Trusses to Uneven Support Settlement" part 1, Int. Journal of Space Structures, Vol.11, No.4, 1996, p.393-400.
- [46] El-Sheikh, A. I., "Sensitivity of Space Trusses to Sudden Member Loss", Int. Journal of Space Structures, Vol.12, No.1, 1997, p.31-41.
- [47] El-Sheikh, A. I., "Approximate Analysis of Space Trusses", Int. Journal of Space Structures, Vol.11, No.3, 1996, p.321-329.
- [48] El-Sheikh, A. I., "Design of Web members in Space Trusse", Int. Journal of Space Structures, Vol.14, No.1, 1999, p.25-33.
- [49] Suzuki, T., Ogawa, T., Ikarashi, K., "Elasto-Plastic Buckling Analysis of Rigidly Jointed Single Layer Reticulated Domes", Int. Journal of Space Structures, Vol.7, No.4, 1992, p.363-367.
- [50] Suzuki, T., Ogawa, T., Ikarashi, K., "Elasto-Plastic Buckling Analysis of Rigidly Jointed Single Layer Reticulated Domes with Random Initial Imperfections", Int. Journal of Space Structures, Vol.7, No.4, 1992, p.265-273.
- [51] Dubina, D., "Computation Models and Numerical Solution procedures for Nonlinear Analysis of Single Layer Laticce Shell", Int. Journal of Space Structures, Vol.7, No.4, 1992, p.321-333.
- [52] El-Sheikh, A. I., "Sensitivity of Space Trusses to Uneven Support Settlement" part 2, Int. Journal of Space Structures, Vol.11, No.4, 1996,

- [53] Chan, S. L., "Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Space Frames with Semi-Rigid Connections", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.8, No.4, 1993, p.261-269.
- [54] Zhao, H. L., "Sheet Space Structure System: Structural Principles and Analysis Method", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.14, No.4, 1999, p.269-279.
- [55] Levy, R., Hanaor, A., Rizzuto, N., "Experimental Investigation of Prestressing in Double-Layer Grids", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.9, No.1, 1994, p.21-25.
- [56] Tabatabaei, M., Marsh, C., "Strengthening Space Trusses by Diagonal Removal", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.8, No.4, 1993, p.231-239.
- [57] Abedi, K., Parke, G., "Progressive Collaps of Single-Layer Braced Domes", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.11, No.3, 1996, p.291-305.
- [58] Rothert, H., Gebeken, N., "On Numerical Results of Reticulated Shell Buckling", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.7, No.4, 1992, p.299-319.
- [59] Borri, C., Chiostrini, S., "Numerical Approaches to the Nonlinear Stability Analysis of Single Layer Reticulated and Grid-Shell Structures", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.7, No.4, 1992, p.285-297.
- [60] Sumec, J., "General Stability Analysis of Lattice Shells by Continuum Modeling", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.7, No.4, 1992, p.275-283.
- [61] Sumec, J., "Regulárne mriežkové dosky a skrupiny", Bratislava, 1984.
- [62] Smith, E., Nguyen, T., "Buckling of Double Layer Grid Edge Members", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.12, No.2, 1997, p.81-87.
- [63] Nie, G., Cheung, Y., "A Nonlinear Model for Stability Analysis of Reticulated Shallow Shell with Imperfections", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.10, No.4, 1995, p.215-229.
- [64] Tegola, A., Ombres, L., Pecora, C., "Minimum Weight Design of Reticular Space Structures: A Computer Aided System", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.9, No.4, 1994, p.179-189.
- [65] Ikarashi, K., Kato, S., "Elasto-Plastic Dynamic Buckling Analysis of Reticular Domes Subjected to Earthquake Motion", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.12, No.3&4, 1997, p.205-215.
- [66] Malla, R., Serrette, R., "Double-Layer Grids: Review of Static and Thermal Analysis Methods", *Journal of Structural Engineering*, August 1996, p.873-881.
- [67] Malla, R., Serrette, R., "Double-Layer Grids: Review of Dynamic Analysis Methods and Special Topics", *Journal of Structural Engineering*, August 1996, p.882-892.
- [68] Smith, E., "Space Truss Nonlinear Analysis", *Journal of Structural Engineering* 1984, p.688-705.
- [69] Agerskov, H., "Optimum Geometry Design of the Space Trusses", *Journal of Structural Engineering*, 1996, p.1454-1463.
- [70] Vasek, M., "Non-Linear Small Strain-Separate Effects Solution of 3D Beam System", *Computational Mechanics*, Barcelona, Spain, 1998.
- [71] Lederer, F., "Priestorove ocelove konstrukcie", Bratislava, 1981.
- [72] Saka, T., Taniguchi, Y., "Post-Buckling Behavior of Square-on-Diagonal Double-Layer Grids Constructed by Bolted Jointing System", *Proceedings of the IASS*, Vol. III, Copenhagen, 1991, p.199-206.
- [73] Kato, S., Yamada, S., Takashima, H., Shibata, R., "Buckling Stress of a Member in a Rigidly Jointed Single-Layer Reticular Dome", *Proceedings of the IASS*, Vol. III, Copenhagen, 1991, p.109-116.
- [74] Ueki, T., Kato, S., Kubodera, I., Mukaiyama, Y., "Study on the Elastic and Elasto-Plastic Buckling Behavior of Single Layered Domes Composed of Members having Axial and Bending Springs at Both Ends", *Proceedings of the IASS*, Vol. III, Copenhagen, 1991, p.93-100.
- [75] Dubina, D., "Numerical and Experimental Researches concerning Two New Systems for Double-Layer Grids", *Proceedings of the IASS*, Vol III, Copenhagen, 1991, p.213-220.
- [76] Kowal, Z., Slowik, J., Wawszczak, W., "Rob-Rib Shells as the Dome Structures of the Future", *Proceedings of the IASS*, Vol. I, Copenhagen, 1991, p.89-96.
- [77] Przemieniecki, J. S., "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill, New York, 1968.
- [78] Lan, T., "A National Code for the design and Construction of space trusses in China", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [79] Partov, D., Bonev, A., "Construction System for Building with Space Structures", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [80] Saka, T., "Approximate Analysis method for Post-Buckling Behavior of Double-Layer Space Grids Construction by a Bolted Jointing System", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [81] Yamada, M., Li, Y., "On the Effect of Joint Flexibility and Loads Condition on the Buckling Characteristics of Single-Layer Latticed Domes", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [82] Ren, H., "Some reviews on Theoretic and Experimental Results of the Stability of Reticular Domes", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [83] Kato, S., "Study on the Buckling Behavior of Semi-Rigidly Jointed Latticed Dome of Single Layer", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [84] Yin, De-Yu, "An Analytical and Experimental Investigation on Behavior of Loaded Triple-Layer Grids and Their Types", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.
- [85] Brodka, J., Czehłowski, A., Grudka, A., Kowal, Z., Lubinski, M., "Przekrój strukturalny", Arkady, Warszawa, 1985.
- [86] See, T., McConnell, R., "Large Displacement Elastic Buckling of Space Structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE 112(5), 1986, p.1052-1069.
- [87] Morris, N., "Application of a Koiter-type Theory to Buckling of Lattice Domes", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.7, No. 4, 1992, p.335-343.
- [88] ANSYS Reference Guide, ANSYS Inc.
- [89] Murakami, Heki, "On the Analysis of Elastic Buckling of Single Layer Latticed Domes with Regular Hexagonal Plan under Gravity Load", *Proceedings of the IASS*, Vol.III, Copenhagen, 1991, p.101-108.
- [90] Holzer, M., Wu, C., Tissaoui, J., "Finite Element Stability Analysis of Glulam Dome", *Int. Journal of Space Structures*, Vol.7, No.4, 1992, p.353-361.
- [91] Yamada, S., Takeuchi, A., Tada, Y., Tsutsumi, K., "Imperfection-Sensitive Overall Buckling of Single-Layer Lattice Domes", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.127, No.4, April 2001, pp. 382-386.
- [92] Morris, N., "Effect of Imperfections on Lattice Shells", *Journal of Structural Engineering*, Vol.117, No.6, June 1991, pp. 1796-1814.
- [93] Kunieda, H., "Classical Buckling Load of Spherical Domes Under Uniform Pressure", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.118, No.8, August 1992, pp. 1513-1525.
- [94] Yu, Y., Wang, L., "An Analytical and Experimental Investigation on Behavior of Loaded Triple-Layer Grids and Their Types", *Proceedings of the IASS*, Vol.4, Madrid, 1989.

- [95] Butner, O., Stenker, H., "Metalleichtbauten", band 1, VEB Verlag, Berlin, 1970.
- [96] Schmidt, L., Stevens, L., Morgan, P., "Effects of Imperfections on Space Frame Stiffness", Journal of the Structural Division, Vol.103, No.1, January 1977, pp. 197-210.
- [97] Al-Bermani, F., Kitipornchai, S., "Elastoplastic Nonlinear Analysis of Flexibly Jointed Space Frames", Journal of Structural Engineering, Vol.118, No.1, January 1992, pp. 108-127.
- [98] See, T. McConnel, R., "Large Displacement Elastic Buckling of Space Structures", Journal of Structural Engineering, Vol.112, No.5, May 1986, pp. 1052-1069.
- [99] Hori, A., Sasagawa, A., "Large Deformation of Inelastic Large Space Frame. II: Application", Journal of Structural Engineering, Vol.126, No.5, May 2000, pp. 589-595.
- [100] ACI, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)", American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich, 1995.
- [101] AISC, "Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design", 2nd Edition, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1994.
- [102] ATC, "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings", Volume 1, ATC-40 Report, Applied Technology Council, Redwood City, California, 1996.
- [103] Bathe, K. J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1982.
- [104] Bathe, K. J. and Wilson, E. L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976.
- [105] Bathe, K. J., Wilson, E. L., Peterson, F. E., "SAP IV — A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems", Report No. EERC 73-11, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1974.
- [106] Batoz, J. L., Tahar, M. B., "Evaluation of a New Quadrilateral Thin Plate Bending Element", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.18, pp. 1655–1677, 1982.
- [107] Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1989.
- [108] Cook, R. D., Young, W. C., "Advanced Mechanics of Materials", Macmillan, New York, N.Y., 1985.
- [109] Dowell, R. K., Seible, F., Wilson, E. L., "Pivot Hysteresis Model for Reinforced Concrete Members", ACI Struct. J., ACI, V.95, No.5, 1998, pp. 607-617.
- [110] FEMA, "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings", Developed by the Building Seismic Safety Council for the Federal Emergency Management Agency (Report No. FEMA 273), Washington, D.C., 1997.
- [111] Gupta, A. K., "Response Spectrum Method in Seismic Analysis and Design of Structures, Blackwell Scientific Publications", Cambridge, Mass, 1990.
- [112] Hollings, J. P., Wilson, E. L., "3–9 Node Isoparametric Planar or Axisymmetric Finite Element", Report No. UC SESM 78-3, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, 1977.
- [113] Ibrahimbegovic, A., Wilson, E. L., "Simple Numerical Algorithms for the Mode Superposition Analysis of Linear Structural Systems with Nonproportional Damping", Computers and Structures, Vol.33, No.2, pp. 523–531, 1989.
- [114] Ibrahimbegovic, A., Wilson, E. L., "A Unified Formulation for Triangular and Quadrilateral Flat Shell Finite Elements with Six Nodal Degrees of Freedom", Communications in Applied Numerical Methods, Vol.7, pp. 1–9, 1991.
- [115] Malvern, L. E., "Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall", Englewood Cliffs, N. J., 1969.
- [116] Nagarajaiah, S., Reinhorn, A. M., Constantinou, M. C., "3D-Basis: Nonlinear Dynamic Analysis of Three-Dimensional Base Isolated Structures: Part II", Technical Report NCEER-91-0005, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, N. Y., 1991.
- [117] Park, Y. J., Wen, Y. K., Ang, A. H-S., "Random Vibration of Hysteretic Systems under Bi-Directional Ground Motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.14, 1986.
- [118] Roark, R. J., Young, W. C., "Formulas for Stress and Strain", 5th Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1975.
- [119] Takeda, T., Sozen, M. A., Nielsen, N. N., "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes", J. Struct. Engrg. Div., ASCE, V.96, No.12, 1970, pp. 2257-2573.
- [120] Taylor, R. L., Simo, J. C., "Bending and Membrane Elements for Analysis of Thick and Thin Shells", Proceedings of the NUMETA 1985 Conference, Swansea, Wales, 1985.
- [121] Terzaghi, K., Peck, R. B., "Soil Mechanics in Engineering Practice", 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1967.
- [122] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells", 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1959.
- [123] Wen, Y. K., "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.102, No. EM2, 1976.
- [124] White, D. L., Hajjar, J. F., "Application of Second-Order Elastic Analysis in LRFD: Research to Practice", Engineering Journal, ACI, Vol.28, No.4, pp. 133–148, 1991.
- [125] Wilson, E. L., "SAP - A General Structural Analysis Program", Report No. UC SESM 70-20, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, 1970.
- [126] Wilson, E. L., "SOLID SAP - A Static Analysis Program for Three Dimensional Solid Structures", Report No. UC SESM 71-19, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, 1972.
- [127] Wilson, E. L., "A New Method of Dynamic Analysis for Linear and Non-Linear Systems. Finite Elements in Analysis and Design", Vol.1, pp. 21–23, 1985.
- [128] Wilson, E. L., "An Efficient Computational Method for the Base Isolation and Energy Dissipation Analysis of Structural Systems", ATC17-1, Proceedings of the Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation, and Active Control, Applied Technology Council, Redwood City, Calif, 1993.
- [129] Wilson, E. L., Button, M. R., "Three Dimensional Dynamic Analysis for Multicomponent Earthquake Spectra", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, 1982.
- [130] Wilson, E. L., Kiureghian, A. Der., Bayo, E. P., "A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.9, 1981.
- [131] Wilson, E. L., Tetsuji, I. J., "An Eigensolution Strategy for Large Systems", Computers and Structures, Vol.16, 1983.
- [132] Wilson, E. L., Yuan, M. W., Dickens, J. M., "Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, pp.813–823, 1982.
- [133] Williams, "Alan, Structural Analysis in Theory and Practice", 2009.
- [134] Zayas, V., Low, S., "A Simple Pendulum Technique for Achieving Seismic Isolation", Earthquake Spectra, Vol.6, No.2, 1990.
- [135] Bucciarelli, L., "Engineering Mechanics for Structures".
- [136] Hicks, T. "Civil Engineering Formulas", 2010.
- [137] Клованич, С. Ф., "Метод Конечных элементов нелинейных задачах инженерной механики", Запорожье, 2009.

- [138] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., "The Finite Element Method", 4th Edition, Vol. 1, McGraw-Hill, London, 1989.
- [139] Hamming, R. W., "Numerical Methods for Scientists and Engineers", Dover Publication, Inc., New York, 1987.
- [140] Reddy, J. N., "Finite Element Method", McGraw-Hill, 1993.
- [141] Shames, I. H., Dym, C. L., "Energy and Finite Element Method in Structural Mechanics", Taylor and Francis, 1991.
- [142] Ugural, A. C., "Stresses in Plates and Shells", McGraw-Hill, 1999.
- [143] Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., "The Finite Element Method", McGraw-Hill, 1997.
- [144] Clough, R. W., Penzien J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1993.
- [145] Chopra, A. K., "Dynamics of Structures", Prentice-Hill International, 1995.
- [146] Lanczos, C., "The Variational Principles of Mechanics", Dover Publication, Inc., New York, 1986.
- [147] Corradi Dell'Acqua, L., "Meccanica delle Strutture", McGraw-Hill, 1993.
- [148] Hughes, T. J. R., "The Finite Element Method", Dover Publication, Inc., New York, 2000.
- [149] Derer, Y., "Die Methode der Finiten Elemente", Expert Verlag, 2001.
- [150] Хечумов, Р. А., Кепплер, Х., Прокопьев, В. И., "Применение метода конечных элементов к расчету конструкций", 1994.
- [151] Gallagher, R. H., "Finite Element Analysis", Prentice-Hill International, 1975.
- [152] Belytschko, T., Lui, W. K., Moran, B., "Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures", Wiley, 2000.
- [153] Пшеничников, Г. И., "Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластин", Москва "Наука", 1982.
- [154] Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М., "Теория упругости", Москва "Наука", 1965.
- [155] Николаенко, Н. А., Назаров, Ю. П., "Динамика и сейсмостойкость сооружений", Москва, Стройиздат, 1988.
- [156] Метьюз, Д. Г., Финк, К. Д., "Численные Методы Использование MATLAB", Москва 2001.
- [157] Bathe, K. J., "Finite Element Procedures". Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [158] Bathe, K. J., Dvorkin, E. N., "A four node plate bending element based on Reissner-Mindlin plate theory and mixed interpolation". Int. J. Num. Meth. Eng. 21: 367-383, 1985.
- [159] Batoz, J. L., Tahar, M. B., "Evaluation of new quadrilateral thin plate bending element", Int. J. Num. Meth. Eng. 18: 1655-1677, 1982.
- [160] Pilitner, R., Joseph, D. S., "An accurate low order plate bending element with thickness change and enhanced strains", Computational mechanics, 27: 353-359, 2001.
- [161] Wolf, J. P., Song, C., "Finite-element modeling of unbounded media", England, Wiley, 1996.
- [162] Von Estorff, O., Firuziaan, M., "Coupled BEM/FEM approach for non-linear soil-structure interaction Eng Anal Boundary Elements", 2000, 24: 715-25.
- [163] Aubry, D., Clouteau, D., D'Azemar, P., "A dynamic substructure approach to soil-structure interaction" Computational Mechanics Publications, Vol. 3 Springer Verlag.
- [164] Зенкевич, О., "Метод конечных элементов в технике". Москва, "Мир" - 1975.
- [165] Adina, Ed., Bathe, K. J., "Nonlinear finite element analysis", New York, Pergamon press, 1987.
- [166] Bathe, K. J., Ho, L. W., Batoz, J. L., "A study of plate bending elements", Int.J.N.M.E. Vol. 15, 1771-1812, 1980.
- [167] Gould, P. L., "Analysis of plates and shells", Prentice-Hill International, 1998.
- [168] Wlvez, W. Jr., Johnston, P. R., "Structural dynamics by finite elements".
- [169] Luco, J. E., Westmann, R. A., "Dynamic response of a rigid footing bonded to an elastic half space", Journal of Applied Mechanics, ASME 1972.
- [170] Aubry, D., Clouteau, D., D'Azemar, P., "A dynamic substructure approach to soil-structure interaction" Computational Mechanics Publications, Vol. 3 Springer Verlag.
- [171] Hughes, T. J. R., "The Finite Element Method (Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis)".
- [172] Gallagher, "Finite Element Analysis (Fundamentals)", Prentice-Hill, 1976.
- [173] Belytschko, T., Wing, K. L., Brian, M., "Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures" England, Wiley.
- [174] Isaacson, E., Keller, H. B., "Analysis of Numerical Methods", Dover, New York, 1994.
- [175] Sheddon, I. N., "Fourier Transforms", Dover, New York, 1995.
- [176] Стренг, Г., Фикс, Д., "Теория метода конечных элементов", Издательство "Мир", Москва, 1977.
- [177] Shorr, B. F., "The Wave Finite Element Method", Springer, 2004.
- [178] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., "The Finite Element Method", volume 2, Solid Mechanics, fifth edition, BH, 2000.
- [179] Schinzinger, R., Laura, P. A. A., "Conformal Mapping (Methods and Applications)", Dover, New York, 2003.
- [180] Яблонский, А. А., Нореико, С. С., "Курс теории колебаний", Лань, 2002.
- [181] Корн, Г., Корн, Т., "Справочник по математике", Лань, 2003.
- [182] Rivlin Theodore, J., "An introduction to the Approximation Functions", Dover, New York, 2003.
- [183] Fritz, John., "Plane waves and spherical means", Dover, New York, 2003
- [184] Snieder, R., "Coda wave interferometry and the equilibration of energy in elastic media", Physical review E 66, 046615, 2002.
- [185] Fang, K., Brown, R., "Numerical simulation of wave propagation in anisotropic media", CREWES Research Report – Volume 7, 1995.
- [186] Todorovski, L. I., Andersen, G. R., Likos, W. J., "A New Approach to the Physical Modelling of Dynamic Soil-Structure Interaction", www.ce.jhu.edu.
- [187] Снитко, Н. К., "Строительная механика", "Высшая школа", Москва, 1972.
- [188] Доннел, Л. Г., "Балки, пластины и оболочки", "Наука", Москва, 1982.
- [189] Безухов, Н. И., Лужин, О. В., Колкунов, Н. В., "Устойчивость и динамика сооружений (в примерах и задачах)", "Высшая школа", Москва, 1987.
- [190] Králik, J., "Reliability Analysis of Structures Using Stochastic Finite Element Method", Published by STU Bratislava, 2009, 143 pp., ISBN 978-80-227-3130-0.
- [191] Yanakiev Ya., A. Yanakieva, K. Delev, "Combustibility Reduction of Thin-walled Structures with a Timber Frame", In Proc.: Int. Conf. on Experimental Model Results and Testing of Thin-walled Structures, Sept., pp 135-138, Prague, Czech Republic, 1997.
- [192] Yanakieva A., "Bonding between protected steel reinforcement and concrete", In Proc.: IX Nat. Congress on Theoretical and Applied Mechanics, 19-22 Sept., 2001, Vol.1, pp 627-632, Varna, Bulgaria, 2002.
- [193] Yanakieva A., "Bonding between zing-coated steel reinforcement and concrete regarding reinforcement forcing out", In Proc.: Int. Sci. Conf. 50 Years University Of Forestry, 1-2 April, pp 266-268, Sofia, Bulgaria, 2003.
- [194] Yanakieva A., "Protection of Metal Joints and Rehabilitation of Structures", In Proc.: III Int. Conf. of Civil Engineering and Structures-theory and practice, DCB, 7-9 Oct., pp 219-227 Plovdiv, Bulgaria, 2004.
- [195] Yanakieva A., M. Datcheva, R. Iankov, F. Collin, A. Baltov, "FEM Applied in Hydro-Mechanical Coupled Analysis of a Slope", In Proc.: X Nat. Congress on Theoretical and Applied Mechanics, 13-16 Sept. 2005, Vol. 1, pp 412-417, Varna, Bulgaria, 2005.
- [196] Yanakieva A., D. Pashkuleva, "Surface Texture Assessment of an Epoxy Insulated Bar", In Proc.: Int. Conf. of Civil engineering and structures-theory and practice, DCB, 14-16 Sept., pp 528-533, Varna, Bulgaria, 2006.

- [197] Schanz T., A. Baltov, M. Dacheva, A. Yanakieva, "Numerical modelling of Multilayer Geotechnical Barriers", In Proc.: Int. Conf. VSU'07, Vol.2, 15-16 May, pp IX-16-21, Sofia, Bulgaria, 2007.
- [198] A. Ya. Yanakieva and K. S. Kazakov, "FEM Simulation of Bond-Slip Behaviour between Epoxy Coated Plain Steel Rebars and Concrete", On CD: Int. Conf. 70 Years of FCE STU, 4-5 Dec., Bratislava, Slovakia, 2008.
- [199] Ana Ya. Yanakieva and Konstantin S. Kazakov, "Comparison of FE computational models of the pullout process of steel bar in concrete solid", In Proc.: XVII Int. Conf. on Computer Methods in Mechanics, 18–21 May, 513-514, Zielona Góra, Poland, 2009.
- [200] Ana Yanakieva, Maria Datcheva, Eugenia Stoimenova, "Assessment of the Influence of Coated bar Geometry on the Pull-out Bond", On CD.: XI Nat. Congress on Theor. and Appl. Mech., 02-05 Sept., Borovets, Bulgaria, 2009.
- [201] Ana Yanakieva, "Mechanical aspect of the bond between an insulated steel bar and concrete", PhD thesis, 2009.
- [202] Anguel Baltov, Ana Yanakieva, Nikola Nikolov, "Zones de sécurité en cas de détérioration de la liaison acier-béton d'une structure en béton armé", Revue électronique internationale pour la science et la technologie, Numéro 5, 2010.
- [203] Yanakieva A. and K. Kazakov, "Dynamic Computational Model of Cyclic Loading of Steel Bar in Inelastic Unconfined Concrete Solid", Jour. of Theor. and Appl. Mech. 47-54, 40(2), 2010.
- [204] Yanakieva A., "Contact Texture Impact on Covered Steel-Concrete Bond", In Proc.: 37th SolMech Conference, Sept. 6–10, pp 212-213, Warsaw, Poland, 2010.
- [205] Nikolov N., Yanakieva A., Pashkuleva D., "FE Modelling of Sheet Steel Specimen under the Biaxial Loading", In Proc.: The VII Int. Conf. Research and Development of Mechanical Elements and Systems, IRMES2011, 27-28 April, pp 603-610, Zlatibor, Serbia, 2011.
- [206] Baltov A., A. Yanakieva, "Procedure for Identification of Constitutive Equation Based on Experimental Data", In Proc.: XI Inter. Scientific Conf. VSU, 2-3 June, pp I-1-7, Sofia, Bulgaria, 2011.
- [207] Yanakieva A., M. Datcheva, E. Stoimenova, "Statistical Analysis of the Effect of Epoxy Insulated Steel Bar on the Pull-Out Bonding", Comp. Rendus de l'Académie bulgarie des Sciences, Tome 64 (7), 1035-1042, 2011.
- [208] Kazakov K., A. Yanakieva, "Computational Effectiveness of the Augmented Lagrange Method in the FEM Simulations of Pull-out of Steel bar from Concrete", Comp. Rendus de l'Académie Bulgarie des Sciences, Tome 65 (2), 219-224, 2012.
- [209] Yanakieva A., K. Kazakov, "Determination of the CNT Mechanical Characteristics", In Proc.: XII Inter. Scientific Conf. VSU, 7-8 June, pp I-180-184, Sofia, Bulgaria, 2012.
- [210] Baltov A., A. Yanakieva, "New Materials with Application in Structural Engineering", In Proc.: XII Inter. Scientific Conf. VSU, 7-8 June, pp I-1-9, Sofia, Bulgaria, 2012.
- [211] Baltov A., A. Yanakieva, "Continuum Approach in Nanomechanics", Series in Applied Mathematics and Mechanics (SAMM), Mechanics of nanomaterials and Nanotechnology – Thematic collection, Inst. of Mech., BAS, Vol.3, 2012.
- [212] Nikola N., D. Pashkuleva, A. Yanakieva, "Identification of Mechanical Characteristics of an Amorphous Metallic Material", Comptes rendus de l'Académie bulgarie des Sciences, Tome 66 (1), 119-126, 2013.
- [213] Kazakov K., A. Yanakieva, "On the Nonlinear SDOF Free Vibration Analysis", Comptes rendus de l'Académie bulgarie des Sciences, Tome 66 (2), 261-268, 2013.
- [214] Zenon Mróz, A. Yanakieva, V. Valeva, J. Ivanova, "Analytical Pullout Analysis for Carbon nanotube-cement Composites under Static Loading", Comptes rendus de l'Académie bulgarie des Sciences, Tome 66 (3), 431-439, 2013.
- [215] Ana Yanakieva, Varbinka Valeva, Jordanka Nikolova, Zenon Mróz, "Pull-out Behaviour of CNT Cement and Polymer Reinforced Composites", In Proc.: XIII Inter. Scientific Conf. VSU, 6-7 June, pp I-50-55, Sofia, Bulgaria, 2013.
- [216] Baltov A., A. Yanakieva, "Numerical Procedure for Identification of Constitutive Equations base on Experimental Data", Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 43 (3), 2013.
- [217] Ivanov R., "Forces in the shear studs of composite beams due to prestress", International conference VSU 2008, Sofia, Bulgaria, Vol. II, pp. IX-19 – IX-24, 2008.
- [218] Ivanov, R.I., "Numerical analysis of the progressive failure of underground pipelines subjected to large fault displacements", NATO advanced research workshop 983188, Borovets, Bulgaria, 2008.
- [219] Ivanov R., "Variations in the seismic response of large panel RC buildings due to different modeling approaches", the 7th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings, Bratislava, Slovakia, 2009, (CD).
- [220] Ivanov R., "Influence of soil-structure interaction on the seismic response of precast large panel RC buildings", International conference VSU 2010, Sofia, Bulgaria, Vol. II, 2010, pp. VIII-33 – VIII-37.
- [221] Ivanov R., "Analysis Model and Influence of the Soil-Structure Interaction on the Seismic Response of Large Panel RC Buildings", 2nd International Symposium on Strong-motion Earthquake Effects ISSEE2011, Iceland, 2011.
- [222] Ivanov R., "Seismic response of large panel reinforced concrete buildings", Conference Savremena gradevinska praksa 2011, Novi Sad, Serbia, 2011, pp. 71-81.
- [223] Ivanov R., "The 2011 Tohoku earthquake in Japan", International conference VSU 2011, Sofia, Bulgaria, Vol. II, 2011, pp. I-169 – I-174.
- [224] Дончев В., "Уточнени изчислителни модели на пространствени прътови конструкции", ръкопис на представена за защита, но незащитена дисертация в катедра "Механика" към ВСУ "Л. Каравелов", 1993 (4).
- [225] Вайсилов Ив, Кюркчиев. Р., "Йохан Вилхелм Шведлер – един от най – значимите строителни инженери – статии на 19 век", Международна научна конференция ВСУ „Л. Каравелов“, том I, 2001.
- [226] Банков Б., Вайсилов Ив., Казаков К., "Относно пресмятане на премествания в рамкови системи с отчитане физическата нелинейност на материала", Списание Строителство, бр.5, 2008.
- [227] Вайсилов Ив., "Един метод за решаване на висящи конструкции", Юбилейна научна сесия посветена на 120 – год. от освобождението на Велико Търново от Турско робство, ВВОВУ „Васил Левски“ – В. Търново, 20.06. 1997г
- [228] Марков Ив., "Оптимизация на полегати черупки над правоъгълна основа", Дисертация, ВИАС, София, 1986.
- [229] Върбанов Хр., Марков Ив., "Оптимална форма на полегати черупки с максимална коравина", Годишник на ВИАС, т.XXXII, 1985-1986, св.5.
- [230] Върбанов Хр., Марков Ив., "Оптимална форма на полегати черупки с максимална интензивност на напреженията", Годишник на ВИАС, т.XXXII, 1985-1986, св.5.
- [231] Марков Ив., "Приложение на метода на крайните елементи за изчисляване на конструкции, подложени на сеизмични въздействия", сп. "Строителство", кн.1, 1993.
- [232] Марков Ив., "Изследване на матрицата на коравина на универсален рамков краен елемент", сп. "Строителство", кн.4, 2001.