

Научна специалност:
01.02.03. „Строителна механика, съпротивление на материалите“

инж. Илиана Йорданова Стойнова

АВТОРЕФЕРАТ НА ДИСЕРТАЦИЯ

ЗА ПОЛУЧАВАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНА И НАУЧНА СТЕПЕН „ДОКТОР“

НЕЛИНЕЙНИ МОДЕЛИ НА РАЗРУШАВАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ОТ ДИНАМИЧНО ВЪЗДЕЙСТВИЕ

Научни ръководители:
Проф. д.т.н. д-р инж. Константин Савков Казаков
Доц. д-р инж. Радан Иванов Иванов

София, 2017

Дисертационният труд съдържа 321 страници, включва 146 фигури, 47 таблици и 97 формули. Структуриран е в пет глави. В Глава 1 е направен анализ на състоянието на проблема. В нея са формулирани обхвата, целите и структурата на дисертацията. В Глава 2 са описани материалните модели на стоманобетона и армировъчната стомана. Дадено е описание и характеристики на крайните елементи, използвани за дискретизирането на изчислителния модел. Описани са и изчислителните процедури в Метода на крайните елементи. В Глава 3 е направена верификация на крайния елемент SOLID 65. В Глава 4 е извършено сравнение на носимоспособността на срязване при центрично продъвяване на плоча, без напречна армировка, съгласно препоръките на различни норми за проектиране. В тази глава е изследвано реагирането на конструктивната връзка колона – гладка плоча подложена на статично натоварване. В Глава 5 е изследвано поведението на конструктивната връзка колона – гладка плоча при динамични въздействия. За изследване на напрегнато и деформирано състояние на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамични въздействия е изграден изчислителен модел в програмен продукт ANSYS. Формулирани са претенциите на автора за научни и научно – приложни приноси. Дисертацията завършва с описание на публикациите по темата на дисертацията и декларация за самостоятелност. Библиографията обхваща 126 заглавия, от които 38 на кирилица и 88 на латиница.

Дисертационният труд е обсъден на разширен катедрен съвет, сформирани съгласно Заповед № 331/12.04.2017 г. на Ректора на ВСУ „Любен Каравелов“, съгласно чл. 27 и чл.28 от Правилника за развитието на академичния състав на ВСУ „Любен Каравелов“. Решението, прието единодушно от членния състав е, че трудът е готов за защита пред научно жури.

Докторантът е зачислен за задочна докторантура към катедра „Механика и математика“ на ВСУ „Любен Каравелов“ с Протокол № 30/28.06.2012 г.

Публичното представяне на дисертационния труд ще се осъществи на в зала на ВСУ „Любен Каравелов“.

Материалите за защита са на разположение на интересувашите се в кабинет № на ВСУ „Любен Каравелов“ и са качени на уеб страницата на висшето училище www.vsu.bg.

Автор: инж. Илиана Йорданова Стойнова
Заглавие: Нелинейни модели на разрушаване на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамично въздействие.

СЪДЪРЖАНИЕ

	УВОД	1
	ГЛАВА 1 АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА ПРОБЛЕМА. ПРЕДМЕТ, ОБХВАТ И СТРУКТУРА НА ДИСЕРТАЦИЯТА.	
1.1	АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА ПРОБЛЕМА	4
1.2	ФАКТОРИ, ВЛИЯЕЩИ ВЪРХУ ПОВЕДЕНИЕТО НА ВРЪЗКАТА КОЛОНА-ГЛАДКА ПЛОЧА	9
1.2.1	Якост на бетона	9
1.2.2	Надлъжна армировка	9
1.2.3	Дебелина на плочата	9
1.2.4	Ефект на размера	9
1.2.5	Aggregate interlock	9
1.2.6	Дюбелен ефект	10
1.2.7	Размери на колоната	10
1.2.8	Типа на натоварването	10
1.3	МОДЕЛИ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА	10
1.3.1	Модел на Kinnunen-Nylander	10
1.3.2	Модел на Moe	10
1.3.3	Модел на Braestrup/Nielsen	11
1.3.4	Модел на Andra	11
1.3.5	Модел на Bazant – Cao	11
1.3.6	Модел на Georgopoulos	12
1.3.7	Модифициран модел на Shehata	12
1.3.8	Модифициран модел на Hallgren	13
	ПРЕДМЕТ И ОБХВАТ НА ДИСЕРТАЦИЯТА	14
	СТРУКТУРА НА ДИСЕРТАЦИЯТА	15
	ГЛАВА 2 МОДЕЛИРАНЕ НА МАТЕРИАЛИТЕ И МЕХАНИЗМА НА РАЗРУШЕНИЕ.	
2.1	ПОДХОДИ ПРИ МОДЕЛИРАНЕ НА МАТЕРИАЛА И МЕХАНИЗМА НА РАЗРУШЕНИЕ	16
2.1.1	Подход на дисперсната пукнатина	16
2.1.2	Подход на дискретната пукнатина	16
2.3	МОДЕЛ НА БЕТОНА СЪГЛАСНО ЕВРОКОД 2	16
2.4	МОДЕЛ НА АРМИРОВЪЧНА СТОМАНА	17
2.5	ОПИСАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КРАЕН ЕЛЕМЕНТ SOLID 65	17
2.6	ОПИСАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КРАЕН ЕЛЕМЕНТ BEAM 188	19
2.7	ВИДОВЕ НЕЛИНЕЙНОСТ. ИЗЧИСЛИТЕЛНИ ПРОЦЕДУРИ	20
2.7.1	Видове нелинейност. Нелинейно поведение	20
2.7.1.1	Геометрична нелинейност	20
2.7.1.2	Материална нелинейност	21
2.7.2	Изчислителни процедури в Метода на крайните елементи	22
2.7.3	Метод на Нютон-Рафсон (Newton – Raphson method)	22
2.7.4	Модифициран метод на Нютон-Рафсон (Newton-Raphson modified method)	23
2.7.5	Метод на дъгите (Arc length method)	23
	ГЛАВА 3 СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЯ НА ГЛАДКА ПЛОЧА ПО КЛАСИЧЕСКИТЕ МЕТОДИ И РЕШЕНИЯ С ПРОГРАМНИ ПРОДУКТИ. СРАВНЕНИЕ НА МОДЕЛИ НА БЕТОННА КОНСТРУКТИВНА ВРЪЗКА С ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ ANSYS. ВЕРИФИКАЦИЯ НА КРАЙНИЯ ЕЛЕМЕНТ SOLID65.	
3.1	ТЕОРИИ ЗА ОГЪВАНЕ НА ТЪНКИ И УМЕРЕНО ДЕБЕЛИ ЕЛАСТИЧНИ ПЛОЧИ	24

3.1.1	Теория на Кирхоф за тънките еластични плочи.	24
3.1.2	Теория на Райснер – Миндлин за огъване на умерено дебели еластични плочи.	25
3.1.3	Теории от по-висок ред.	26
3.2	СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЯ НА ГЛАДКА ПЛОЧА ПО МЕТОД НА МАРКУС, МЕТОДИТЕ НА ТЕОРИЯТА НА ЕЛАСТИЧНОСТТА И ПЛАСТИЧНОСТТА И РЕШЕНИЯ С ПРОГРАМНИ ПРОДУКТИ. ВЕРИФИКАЦИЯ НА КРАЙНИЯ ЕЛЕМЕНТ SOLID 65	27
3.2.1	Решение на плочата по Метод на Маркус	28
3.2.3	Решение на плочата по Метода на Навие	28
3.2.4	Решение на плочата с програмен продукт SAP 2000	29
3.2.4.1	Решение при дискретизационна мрежа 10x10 с Shell елемент	29
3.2.4.2	Решение при дискретизационна мрежа 20x20 с Shell елемент	29
3.2.5	Решение на плочата с програмен продукт ANSYS	29
3.2.5.1	Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65 – мрежа 12x12x2	29
3.2.5.2	Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65–мрежа 25x25x3	30
3.2.5.3	Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SHELL181 и мрежа 12x12	30
3.2.5.4	Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SHELL181 и мрежа 24x24	30
3.2.7	Сравнение на получените резултатите	31
3.2.9	Изводи	31
3.3	ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАПРЕГНАТОТО СЪСТОЯНИЕ НА БЕТОННА КОНСТРУКТИВНА ВРЪЗКА С ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ ANSYS	31
3.3.1	Първи модел - M1	32
3.3.2	Втори модел – M2	32
3.3.3	Трети модел - M3	32
3.3.4	Четвърти модел M4	33
3.3.5	Пети модел M5	33
3.3.6	Сравнение на резултатите и изводи	33
3.3.7	Изводи	34
	ГЛАВА 4 РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ СТАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ.	
4.1	ПРЕПОРЪКИ НА НОРМИТЕ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕТО НА ПРОДЪНВАНЕ ЗА ПРАКТИКАТА	35
4.1.1	Български норми - „Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции“ - 1988 г.	35
4.1.2	Руски норми - СНиП 52-01-2003, актуализирана редакция СП63.13330.212	35
4.1.3	ЕВРОКОД 2- БДС EN 1992-1-1	36
4.1.4	Американски норми ACI 318-08	36
4.1.5	Британски норми BS 8110:97	37
4.1.6	Германски норми DIN 1045-1	37
4.1.7	Съгласно Gardner	37
4.2	ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА НОСИМОСПОСОБНОСТТА НА СРЯЗВАНЕ ПРИ ЦЕНТРИЧНО ПРОДЪНВАНЕ НА ГЛАДКА ПЛОЧА	37
4.2.8	Сравнение на носимоспособността на срязване при центрично продънване на плоча без напречна армировка съгласно препоръките на нормите	38
4.2.9	Изводи	38
4.3	ИЗСЛЕДВАНЕ РЕАГИРАНЕТО НА ВРЪЗКАТА КОЛОНА-ГЛАДКА ПЛОЧА ОТ СТАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ	39

4.3.1	Геометрични и материални характеристики на изчислителните модели.....	39
4.3.2	Описание на изчислителните модели.....	40
4.3.3.	Резултати от статичния анализ на изчислителните модели	42
4.3.3.1	Модел MC1 – линейно – еластичен материален модел на бетона и армировъчната стомана.	43
4.3.3.2	Модел MC2 – мултилинейно – еластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана	44
4.3.3.3	Модел MC3 – пластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана, надлъжна армировка N16 – мрежа 10cm/10 cm. Модел MC4 – пластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана, надлъжна армировка N12 – мрежа 20cm/20 cm.	47
4.3.4	Изводи.....	51
	ГЛАВА 5 НЕЛИНЕЙНИ МОДЕЛИ НА РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ ДИНАМИЧНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ.	
5.1	ПРЕДЛАГАНА МЕТОДИКА.....	53
5.1.2	Описание на видовете динамични въздействия при извършване на динамичния анализ	53
5.1.2.1	Свободни третения.....	54
5.1.2.2	Импусно въздействие.....	54
5.1.2.3	Принудени хармонични трептения	54
5.2	ОПИСАНИЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛНИЯ МОДЕЛ.	55
5.2.1	Геометрични и материални характеристики.....	55
5.2.2	Динамичен анализ на изчислителния модел.	56
5.2.2.1	Модален анализ	56
5.2.2.2	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие.....	56
5.2.2.2.1	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие в ръбова (сингулярна) точка от контакта колона - плоча.....	57
5.2.2.2.2	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие във възли от плочата.....	57
5.2.2.3	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие.	60
5.2.2.3.1	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие в ръбова (сингулярна) точка от контакта колона - плоча.....	61
5.2.2.3.2	Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие във възли от плочата.....	63
5.3	ИЗВОДИ И АНАЛИЗ НА ПОЛУЧЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ.....	74
	Претенции за научни и научно-приложни приноси.....	78
	Насоки за бъдещи изследвания.....	78
	Публикации, свързани с темата на дисертацията.....	79
	Декларация за самостоятелност.....	79
	Благодарности.....	80
	Използвана литература.....	81

УВОД

Приложението на безредови конструкции в съвременното строителство е голямо и нараства. Напоследък у нас делът на конструкциите с безредови плочи се увеличава и в момента достига над 50% от изгражданите стоманобетонни конструкции. То е обусловено поради техните икономически и функционални предимства. Въпреки това при гладките плочи се налагат някои ограничения. Срязващите напрежения около носещи колони са значителни. Това се дължи на пренасянето на срязващи сили и неуравновесени моменти между плочата и колоните и може да доведе до рязка и катастрофална повреда – продънване на плочата с отделяне на конична или пирамидална част от нея заедно с колоната дори при натоварвания под проектната носимоспособност на огъване. Много конструкции с безредови плочи се повреждат или разрушават именно от продънване на плочата, включително и при сеизмични или други динамични въздействия. Практиката показва, че са по-чести случаите на значителни дефекти или разрушаване на стоманобетонни греди и плочи вследствие недостатъчното им осигуряване за напречни сили, отколкото за огъващи моменти – фиг.1.1 и фиг.1.2. Това налага да се обърне особено внимание върху осигуряването на конструктивната връзка колона – гладка плоча. Продънването е в резултат най-често на напречни сили, които действат върху относително малка площ, наречена товарна. Вследствие на продънването, разрушаването настъпва по наклонени сечения и се характеризира с внезапна поява и бързо разпространение на пукнатини в радиално и тангенциално направление. При продънването настъпва крехко разрушение, когато внезапно се отдели пирамидална или конична част от плочата заедно с колоната. Появата и разпространението на пукнатини е процес, свързан с дисипацията на енергия, т.е. с омекотяване на конструкцията и преразпределение на вътрешните сили. Така продънването на гладките плочи е основен проблем, който стои пред проектантите и е от изключително значение за намирането на ефективни решения за избягването му.



Фиг.1.1 Паркинг Piper's Row, Wolverhampton, UK, 1997, построен през 1965 (източник: www.colincaprani.com)



Фиг.1.2 Разрушена връзка колона – гладка плоча [103]

На фиг. 1.2, 1.3 и 1.4 са показани са няколко примера на разрушение на конструктивната връзка колона-гладка плоча от динамични сеизмични въздействия.

В непосредствена близост до България, през ноември 1999 г. при земетресението в гр. Измит, Турция ($M7,2$) разрушенията са значителни, като част от тях са вследствие продънване на плочата – фиг.1.3.



Фиг.1.3. Разрушени сгради вследствие продънване на плочата, Измит, Турция, 1999 г. (<http://www.britannica.com/event/Izmit-earthquake-of-1999>)

На фиг. 1.4. са показани последствията от земетресението в Christchurch през февруари 2011 г.



Фиг.1.4. Разрушени сгради вследствие продънване на плочата, Christchurch, 2011 г. (www.onlinejet.net DOI:10.4103/0976-8580.149487)

Земетресението в Loma Prieta на 17 октомври 1989 г. дава възможност да се разбере действителното реагиране на безгредови структури – фиг.1.5. Голямото отклонение може да доведе до големи щети и до разрушаване на връзките плоча-колони поради прекомерна деформация. По време на земетресението Loma Prieta страничното изместване, което е параметър на критичното реагиране, довело до прекомерно вътрешно увреждане и повишаване на Р-делта ефекта, причинява повреда и разрушаване на връзката колона – плоча поради прекомерно голяма деформация.



Фиг. 1.5. Разрушен виадукт Cypress Freeway, Loma Prieta 1989 (https://en.wikipedia.org/wiki/1989_Loma_Prieta_earthquake)

Една от основните причини за повреди и разрушение на сгради при земетресения наред със загубата на устойчивост на колоните, срязване на колоните, колапс поради несиметрично разрушение на конструкцията, втечняване или колапс на почвата, това е продънването на плочата. Поради тази причина връзката колона - гладка плоча е основен конструктивен възел и осигуряването на тази връзка на продънване е от изключителна важност за устойчивостта и реагирането на конструкцията като цяло.

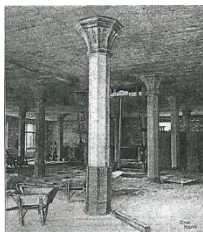
При явлението „продънване“ е налице нелинейност по отношение на материалното и геометрично поведение, затова е необходимо създаване на удачна симулация на явлението чрез създаване на нелинеен изчислителен модел. Развитието на моделирането чрез Метода на крайните елементи и механиката на разрушението предполага появата на новите изчислителни и механични модели за изучаване на продънването. Метода на крайните елементи дава огромни възможности за създаване и изучаване на модели на разрушаване, деформации и поведение на връзката колона – гладка плоча.

ГЛАВА 1

АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА ПРОБЛЕМА. ПРЕДМЕТ, ОБХВАТ И СТРУКТУРА НА ДИСЕРТАЦИЯТА.

1.1. АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА ПРОБЛЕМА.

Първата сграда с гладки плочи *Johnson - Bovey Building* в Минеаполис (фиг.1.6), Минесота, САЩ е построена през 1906 година и е проектирана от *C.A.P. Turner*. След построяването на тази сграда се пораждат много спорове: различни автори се опитват да установят необходимото количество армировка, като разликите достигат до 400%.



Фиг. 1.6. *Johnson - Bovey Building* (източник: www.mbjeng.com)

През 1914 г. *Nichols* въвежда статиката за определяне на огъващите моменти в гладката плоча. До тогава е използвана аналогията на пресичащите се греди. В Европа първата безгредова конструкция е построена в Цюрих, Швейцария през 1910 г., складовата сграда от *Robert Maillart* (фиг.1.7). През 1908 г. той прави и първите експерименти на безгредови плочи с пробно натоварване.



Фиг.1.7. Складовата сграда в гр.Цюрих, 1910 г. (източник: www.en.wikipedia.org)

През 1921 г. *Wastergaard and Slater* изясняват поведението на безгредовите плочи. *Sozen and Seiss* (1963) описват процеса на нормиране на проектирането на безгредови плочи. В Европа първите изисквания за проектиране и конструиране на безгредови плочи се въвеждат през 1925 г. в Германия, а у нас през 1934 г. Тези плочи са с гъбообразни капители, като по този начин е избегнато продънването.

В България първата експериментална сграда по системата „Пакетно повдигани плочи“ е изпълнена в гр. Сливен през 1966 г. – това е пететажна едносекционна жилищна сграда. Първата експериментална жилищна сграда по същата система в София е пететажна трисекционна и е изпълнена през 1969 г. У нас безгредовите плочи първоначално се използват главно при изграждане на жилищни и обществени сгради по

системата „Пакетно повдигани плочи“. При тази система плочите се изливат на котата на терена, като предварително в тях се оставят технологичните отвори и закладни части. Плочите се повдигат в пакет, като колоните са сглобяеми (фиг.1.8а). Обусловено от икономическите и технологични предимства на безгредовите плочи, след 1990 г. у нас започва масовото прилагане на безгредови плочи, изпълнени по традиционен за монолитното строителство начин.



а)



б)

Фиг.1.8. Изграждане на сгради с безгредови етажни плочи у нас
Жилищна сграда в гр.Разлог, изпълнена по системата на „Пакетно повдигани плочи“, началото на 70-те години на XX век (семеен архив).

Elstner and Hognestad (1956) [59] правят първите експерименти за изследване на продънването. Те тестват 39 гладки квадратни плочи с размери $1,80m \times 1,80m$ и дебелина 15 cm, като основните променливи са: якост на бетона - от 14 до 50 MPa, процент на опънната армировка от 0,5 до 3,7%, размери на колоната 25 и 30 cm, разположение на опънната армировка, количество и разположение на напречната армировка. За изпитанията използват армировка с диаметър концентрацията на опънна 20 и 25 mm при дебелина на плочата 15 cm и заключават, че армировка под товарната площ по-скоро има незначителен ефект върху якостта на срязване. *Johannes Moe (1961)* [95] под ръководството на *E. Hognestad* провежда множество тестове на образци на гладки плочи. Тестовите образци са 43 и са със същите размери като тези на *Elstner and Hognestad*. Основните променливи са: ефект от инсталационни отвори в близост до колоната; ефект от концентрация на армировката в тесни ивици над колоната; ефект от различните видове напречна армировка; ефект на размера на колоната и ефект на нецентричното натоварване. Един образец е натоварен и тестван при продължително действащ товар. Предложените от него препоръки в нормите за проектиране на плоча с отвори и за ексцентрично продънване все още се считат за подходящи от много строителни норми. Той въвежда понятието "ексцентрично срязване", където се счита, че част от момента е прехвърлен между плочата и колоната от надлъжната армировка, а останалата част от неравномерното разпределение на силите на срязване около колоната. Освен това, тестовите на *Moe* потвърждават резултата от тестовите на *Elstner u Hognestad*, че концентрацията на надлъжна армировка над колоната не увеличава капацитетът за продънване.

Kinnunen and Nylander (1960) [70, 86] публикуват техния модел на продънване на гладки плочи, основан на изпитания на 61 кръгли плочи, централно подпрени на кръгли колони и натоварени в свободните ръбове. При него плочата е разделена от радиалните пукнатини на сегменти, ограничени от пукнатината на срязване и ръба на плочата. Сегментите се разглеждат като твърди тела, като всеки сегмент се завърта около центъра на ротация, разположен в корена на пукнатината на срязване. Те въвеждат изцяло нов подход чрез изучаване на секторния елемент между радиалните пукнатини на опитните образци. Съгласно този модел продънването ще се случи, когато тангенциалните и радиалните напрежения в плочата близо до колоната едновременно достигат критични

стойности. През 1963 г. *Kinnunen* прецизира тази теория, приложена към двупосочно армирана плоча и я модифицира малко, като взема предвид дюбелния ефект и мембранното действие.

През 1966 г. *Yitzhaki* [125] прави изпитвания на продънване на 16 образци на кръгли плочи, натоварени с кръгли, квадратни и правоъгълни товарни площи и 12 плочи с диагонална армировка. Той обяснява продънването на плочите, подложени на концентрично натоварване, основно като функция на якостта при огъване на плочата. Съпротивлението на продънване е резултат от триенето в натисквата зона.

Long and Bond (1967) [89] представят метод за определяне на продънващата сила, основан на теорията на тънките плочи. Анализът на тънки плочи показва, че тангенциалните моменти са по-големи от радиалните. През 1975 г. *Long* извежда емпирични формули за определяне на капацитета на продънване на плочи, подпрени с вътрешни колони, опростявайки предходните аналитични процедури, разглеждайки взаимодействието между ефекта от огъване и срязване. През същата година *Hewitt and Batchlor* [71] разработват модел на повреда от продънване за продънващ товар при плоча с известни опорни условия. В модела участват силите в граничните опори и моментите в идеализирания модел на *Kinnunen-Nylander*, като експериментите са извършени върху кръгли плочи, вписани в размерите на тестовите образци на *Kinnunen-Nylander*. Използвайки този модел, стигат до заключението, че продънващият товар се завишава с 20% поради дюбелния ефект.

През 1976 г. *Langor, Ghali and Dilger* [54, 58, 65, 66] докладват, че продънването обикновено е крехко разрушение и се осъществява чрез разрастване на наклонена пукнатина, която първо се появява от горната страна на плочата - в опънатата зона и се разпространява надолу. Същата година те провеждат експеримент и върху образци, подложени на постоянен вертикален товар и приложен статично и динамично неуравновесен момент.

През 1976 г. *Braestrup and Nielsen* [99] извеждат решение, теоремата за горната граница за ососиметрично продънване на традиционно армирана плоча, като приемат работата на бетона като идеално пластичен твърд материал.

През 1985 г. *Regan* [104] тества 15 стоманобетонни плочи, които са в след напрегнато състояние в едното направление. Този подход използва идеята за разтоварване по начин, аналогичен на използвания в момента за предварително напрегнати греди.

Моделът формулиран от *Bazant – Cao* (1987) [47, 48, 49, 50, 51] е основан на механиката на разрушението вследствие опънни напрежения в бетона по повърхнината на разрушаване. Основната концепция на този модел е, че продънването не настъпва едновременно по крайната повърхност на разрушение с изключение на много малки стуктури и зоната на разрушение се разпространява в конструкцията с дисипацията на енергия във фронта на образуваните пукнатини.

Sundquist (1987) [113] тества носимоспособността на гладки плочи, подложени на кратковременно импулсно натоварване от бомбен взрив и разработва теоретичен модел за съпротивление на плочата на импулсно натоварване.

През 1987 г. *Alexander and Symmonds* [39, 40] разработват пространствен фермов модел, съставен от стоманени връзки, работещи на опън и бетонни опори, работещи на натиск и сключващи ъгъл α с равнината на плочата. Основите предпоставки на този модел са: армировъчните пръти в близост до колоната действат като опорни връзки преди повредата; продънването става, когато се разруши бетонното покритие поради вертикалната компонента на опорната реакция. Ъгълът α се определя като функция на: разстоянието между напречната армировка, площта на армировъчните пръти якостта на провлачане на армировката, размерите на колоната и ефективната височина на плочата. Като резултат на фермовия модел, през 1992 г. *Alexander and Symmonds* предлагат ивичен

модел. Докато при фермовия модел натисковите опори са наклонени под ъгъл α , при ивичния модел натисковите опори са извити и са получени от измервания на деформациите при изпитания на продънване. Арките са разположени в четири радиални ивици - от ръба на колоната до опънната армировка. Този модел комбинира радиалното сводово действие с концентрацията на критично срязващо напрежение в критичното сечение.

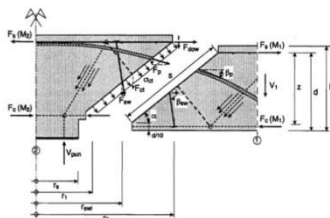
Georgopoulus (1989) [62] разработва процедура за изчисляване на продънващото натоварване и ъгъл на продънване на гладка плоча без напречна армировка. При този подход основни параметри са: якостта на опън на бетона и процента на армиране.

През 1990 г. *Shehata* [62] предлага модифициран модел, основан е на наблюдение на пукнатини и линейна деформация на образци, като разглежда плочата – разделена на твърди сегменти, които са завъртат около центъра на ротация, разположен на периметъра на колоната и неутралната линия на плочата. Основан е на изпитания на кръгли плочи.

Hallgren (1997) [68, 69, 70] представя подобрена версия на модела на *Kinnunen-Nylander*, основан на механиката на разрушението. Чрез анализ с Метода на крайните елементи той установява тримерно напрегнато състояние на върха на пукнатината при връзката колона – гладка плоча, а на разстояние между един и два пъти височината на натисковата зона, бетона е в двумерно напрегнато състояние, като в тази област напукването се доближава до хоризонтално. Критерият за разрушение произтича от опростения модел, основан на механиката на разрушението и отразява, както якостта на бетона, така и ефекта на размера.

Сериозен проблем, който може да се яви при гладките плочи това е крехкото разрушение при продънване, дължащо се на прехвърлянето на срязващи сили и неуравновесени моменти между плочата и колоните (*Hueste u Wight, 1997; Megally & Ghaly, 2000*) [65, 66]. При сеизмични въздействия, небалансираните моменти могат да предизвикат големи срязващи напрежения в плочата. В допълнение към това, гладките плочи са податливи на значително намаляване на коравината, като последица от напукването на плоча, които могат да възникнат от постоянни и временни експлоатационни товари, температурни въздействия, съсъхване и пълзене на бетона и хоризонтални въздействия (*Moehle, 1986; Pan & Moehle, 1989*) [62].

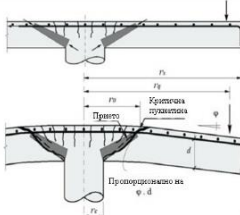
Menetrey (1997) [92, 93] показва тестове на продънване вследствие нарастване и обединяване на микропукнатини, последвано от разпространение на макропукнатина – фиг.1.9. Той изследва дюбелният ефект, при който механизма на срязване се пренася чрез армировъчните пръти през пукнатината на срязване.



Фиг. 1.9. Представяне на capacитета на срязване при продънване на армирана плоча (*Menetrey, 1997*)[93].

През 2008 г. *Muttoni* [97, 98] формулира нов критерии за разрушение при продънване, основан на теорията за критичната пукнатина при срязване. Този критерии описва връзката между якостта на срязване на плочата и нейното завъртане при настъпване на повредата. Той предлага механичен модел, основан на теорията за

критичната пукнатина при срязване, обяснявайки поведението на гладки плочи без напречна армировка и правилното отчитане на ефекта на размера – фиг. 1.10.



Фиг. 1.10. Теория на критичната срязваща пукнатина (Muttoni, 2008) [97].

През 2011 г. Gardner анализира Regan, Bazant и Cao и изчислителните формули в нормите за проектиране: ACI 318-08, BS 8110-97, CEB-FIP MC90/EN 1992-1-1 (EUROCODE 2), DIN 1045-1 за капацитета на срязване при продънване на стоманобетонни плочи и връзката му с якостта на бетона и процента на армиране. Той представя неговите експериментални изследвания и заключения, че капацитетът на срязване е пропорционален на корен трети от кубовата якост на бетона и процента на армиране.

В Русия първата методика за оразмеряване на продънване е предложена от Гвоздев [8]. По-късно тя е усъвършенствана от Коровин, Сергеевский, Залесов, и др. [15, 16, 25]. Основната идея на метода се състои в следното: предполага се, че продънването настъпва по пирамидата на продънване. По-малката основа на пирамидата на продънване е товарна площ, върху която действа продънващата сила, а стените ѝ са с наклон 45° . От тук идва и предположението, че продънването настъпва в момент, когато опънните напрежения по повърхността на пирамидата на продънване надвишат якостта на опън на бетона.

През 2003 г. Залесов [15, 16] предлага в изчислителната процедура повърхността на пирамидата на продънване да се замени с условно вертикално сечение, разположено на разстояние $h_0/2$ от ръба на товарната площ. Това предложение е възприето за методика за оразмеряване в СП 52–102–2003.

У нас състоянието на моделирането на нееластичното поведение на материала чрез подходящи конститутивни модели е описано от А. Балтов, Н. Бончева и Д. Коларов (1975) [24].

М. Кметов (1985) [23] изследва поведението на стоманобетонни конструкции при пластични деформации и при развитие на пукнатини.

И. Керелезова (2002) [85] се занимава с численото моделиране на квазикрепки материали с помощта на подходите на механиката на разрушението, моделиране на пътя на разпространение на пукнатината в зависимост от процента на армиране, като прави числен експеримент с програмен продукт ANSYS при различни проценти на армиране на гредата.

Г. Господинов [11, 12], С. Първанова и К. Казаков (2006) [32, 110, 111] работят върху проблемите на изчислителната механика на разрушението, изчислителните модели за изследване на квазикрепки материали с пукнатини, моделиране на стоманобетонни греди, работещи на срязване.

Ат. Георгиев (2011) [9, 10] разглежда продънването дефинирано и при предпоставките на ЕВРОКОД 2. Анализира приложните модели за носимоспособност при продънване. Предлага решение за симетрично, но неравномерно армиране в зоната около колоните. Предлага изменение на българските норми в частта, касаеща продънването.

К.Казаков и А.Янакиева (2012) [82, 83] изследват чрез симулация с МКЕ изтръгването на армировъчен прът от бетона. В това изследване и двата материала–бетона и армировъчния прът са моделирани с 3D крайни елементи.

1.2. ФАКТОРИ, ВЛИЯЕЩИ ВЪРХУ ПОВЕДЕНИЕТО НА ВРЪЗКАТА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА.

1.2.1. Якост на бетона.

При продънване, опънната якост на бетона влияе на носимоспособността на срязване, тъй като характера на разрушение показва, че в с този случай тя е от по-голямо значение, отколкото якостта на натиск. Според ЕВРОКОД 2 носимоспособността на срязване е правопропорционална на опънната якост на бетона. Връзката между опънната и натисковата якост според ЕВРОКОД 2 е: опънната якост е правопропорционална на натисковата якост на степен $2/3$ [1].

1.2.2. Надлъжна армировка.

Установено е, че якостта на срязване при продънване значително се подобрява, когато процента на армиране се увеличи от $0,3\%$ на 1% . Съответно повишенията са 51% за плочи с дебелина 40 mm и 68% за тези с дебелина 60 mm . Когато процентът на армиране е над 1% се наблюдава малко увеличение на носимоспособността на срязване. Това показва, че армировката има важно въздействие върху якостта на срязване при продънване за по-леко армирани плочи, но малък ефект върху по-тежко армирани плочи.

1.2.3. Дебелина на плочата.

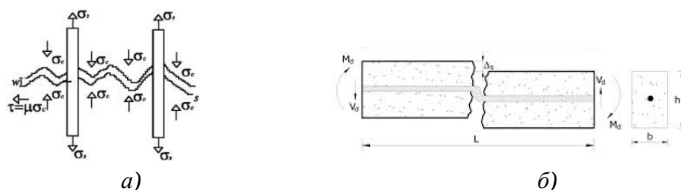
Капацитетът на продънване е пропорционален на квадрата на полезната височина на плочата. Малки промени в полезната дълбочина на плочата водят до значителни разлики в съпротивлението на продънване. Това показва важноста на прецизното позициониране на армировката в сечението. С увеличаването на дебелината на плочата се увеличава и постоянния товар и съответно ползите от увеличение на якостта чрез увеличаване на дебелината на плочата могат да бъдат по-малки от очакваните пропорционални на квадрата на ефективната височина.

1.2.4. Ефект на размера .

Влиянието на ефекта на размера е описано в т. 1.3.5 при модела на Bazant-Cao.

1.2.5. Aggregate interlock .

Друг много важен механизъм за прехвърляне на срязващите усилия в стоманобетонни елементи, подложени едновременно на срязване и натиск е *aggregate interlock* (Фиг. 1.11a). Този механизъм е пряко свързан с начина на образуване на пукнатината в бетона, както при гладка, така и при по-груба повърхност на пукнатината, като е по-реалистичен за по-груба повърхност [122]. Поради това, че якостта на втвърдената циментова паста при повечето бетони е по-малка от якостта на едрия добавъчен материал, пукнатините преминават през циментовата паста и по ръба на едрия добавъчен материал. Така поради триенето частиците добавъчен материал от едната страна на пукнатината „блокират“ с тези от другата страна и се противопоставят на срязването.



Фиг. 1.11. Aggregate interlock (a) и дюбелен ефект (б)[52].

1.2.6. Дюбелен ефект.

Дюбелният ефект (Фиг. 1.11б) се появява, когато армировъчната стомана пресича двете повърхнини на пукнатината на срязване и армировъчният прът е подложен на изместване от плъзгането. Ако бетонното покритие е достатъчно дебело, приплъзването предизвиква тримерно напрегнато състояние. Напреженията на срязване, които могат да се пренесат от едната страна на пукнатината до другата, чрез дюбелния ефект, зависят от няколко параметъра: процент на армиране, диаметър на армировката, вида на армировката, разстояние между армировъчните пръти, якостни характеристики на бетона и стоманата и осовите напрежения в армировъчния прът [52].

1.2.7. Размери на колоната.

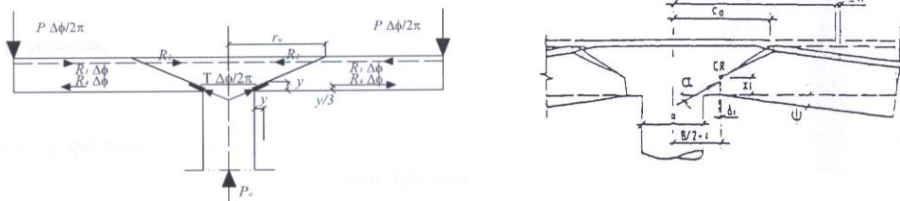
С увеличение на размерите на колоната се увеличава коравината на конструктивната връзка колона – гладка плоча. С увеличаване на критичния периметър на продънване се увеличава и носимоспособността на срязване при продънване.

1.2.8. Типа на натоварването.

Носимоспособността на срязване на бетона при циклично натоварване със знакопроменлив момент е по-малка от тази при монотонното натоварване. Това отчасти се дължи на провлачането на надлъжната армировка в резултат на повтарящите се цикли на натоварване. Разтоварването при цикличното натоварване също води до разпространение на пукнатини в ефективната височина на плочата, което отслабва натисковата зона и намалява устойчивостта ѝ на срязващи сили.

1.3. МОДЕЛИ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА.

1.3.1. Моделът на Kinnunen-Nylander (1960) [86] е основан на изпитания на кръгли плочи, централно подпрени на кръгли колони и натоварени в свободните ръбове-фиг.1.12. Счита, че плочата ще бъде разделена от радиалните пукнатини на сегменти, ограничени от пукнатината на срязване и ръба на плочата. Сегментите се разглеждат като твърди тела, като всеки сегмент се завърта около центъра на ротация, разположен в корена на пукнатината на срязване. Централният пресечен конус, ограничен от пукнатината на срязване и товарната площ, остава недеформиран. Вътрешните сили са функция на ъгъла на ротация и на механичните свойства на бетона и армировката. Критерият на разрушение се дефинира с крайно увеличаване на срязването на бетона от долната страна на плочата. Тогава тангенциалните напрежения в долната част на плочата, под корена на пукнатината на срязване достигат характеристичната стойност ε_{ct} , която зависи от B/d . Същевременно напреженията в бетона в имажинерна конична черупка са с характеристичната стойност.



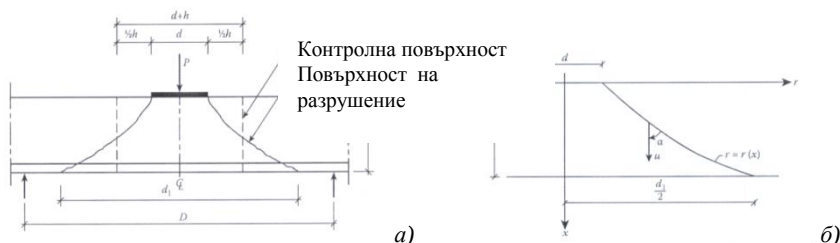
Фиг.1.12. Модел на Kinnunen-Nylander[86].

1.3.2. Моделът на Мое (1961) [95] е в основата на първите American Design Code for Punching (ACI-318). Получен е от изпитвания върху правоъгълни плочи, подпрени с

правоъгълни колони. Основан е на емпирични формули. Мое прави тестове на 43 плочи и изследва резултатите от експерименти на 140 фундамента и 120 плочи от литературата.

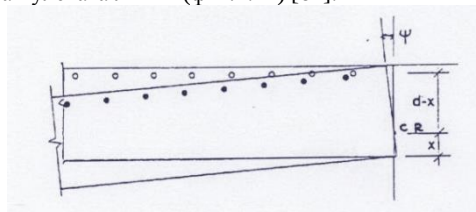
1.3.3. Моделът на Braestrup/Nielsen (1976) [99] е базиран на теорията на пластичността и при механизма на разрушаване, показан на фиг.1.13. Основните предпоставки на този модел са: бетонът е идеално пластичен материал, критерият на пукнатинобразуване до разрушаване е основан на закона на Кулон, якостта на опън на бетона се определя на много ниска граница - $f_t = f_c/400$.

Критичният товар P_u е изчислен чрез изравняване на енергията на разрушаване на коничната обвивка с работата, извършена от приложените сили. Прието е, че деформациите са концентрирани в симетрична ротационна повърхнина на разрушаване, а останалата част от плочата остава неразрушена. Предпоставката, че бетонът е идеално пластичен материал, значително опростява поведението на бетона. При този модел не се отчита процента на армиране.



Фиг.1.13. Модел на Braestrup/Nielsen. а) Определяне и дефиниране на контролна повърхност; б) Образуваема повърхност на разрушаване [99].

1.3.4. Модел на Andra (1979). Това е теоретично изследване на продъвяване на кръгла плоча с армировка, разположена концентрично на колоната. Моделът е получен чрез използване на Метода на крайните елементи. В този модел се разглежда радиален сегмент, които се завърта като твърдо тяло около центъра на ротация, разположен в сечението на колоната, на нулевата линия (фиг.1.14) [62].

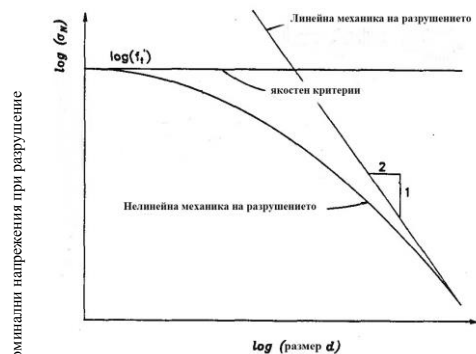


Фиг.1.14. Модел на ротация на твърдо тяло, взъриет от Andra [62].

1.3.5. Модел на Bazant – Cao (1987), основан на механиката на разрушението вследствие опънни напрежения в бетона по повърхнината на разрушаване. Основната концепция на този модел е, че продъвяването не настъпва едновременно по крайната повърхност на разрушение с изключение на много малки стуктури, но зоната на разрушение се разпространява в конструкцията с дисипацията на енергия във фронта на образуваните пукнатини (фиг.1.15). Ако разрушението е чисто крехко и дисипацията на енергия е незначителна, тогава номиналните напрежения при разрушението се подчиняват на ефекта на размера – „size effect” (1.1):

$$\sigma_N = \frac{P_u}{bd} \quad (1.1)$$

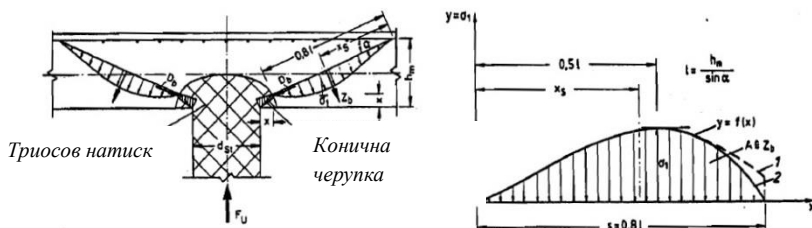
b – дебелина на плочата,
 d – характеристичен размер.



Фиг.1.15. Закон за ефекта на размера [48]

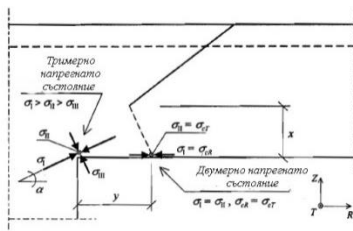
Номиналните сръзващи напрежения при разрушаване за геометрично подобни елементи не зависят от размерите при граничния пластичен анализ, докато при механиката на разрушението те намаляват с увеличаване на размерите на елементите. Тази формула показва постепенния преход от якостния критерий при граничния анализ – за много малки структури, към линейно – еластичната механика на разрушението – за много големи структури. [48]

1.3.6. При Модел на Georgopoulus (1989) [62] се разработва процедура за изчисляване на продъвящото натоварване и ъгъл на продъвяване на гладка плоча без напречна армировка. При този подход якостта на опън и механичният процент на армиране са основни параметри. *Georgopoulus* допуска, че продъвящата сила се поема от главните опънни напрежения в очакваната пукнатина на продъвяване и от наклонените натискови сили в натиснатата черупка около колоната (фиг.1.16).



Фиг.1.16. Модел на Georgopoulus. Разпределение на опънните напрежения в бетона. [62]

1.3.7. Модифициран модел на Shehata (1990) [62] – основан е на наблюдение на пукнатини и линейна деформация на образци, *Shehata* разглежда плочата като разделена на твърди сегменти, които се завъртат около центъра на ротация, разположен на периметъра на колоната и неутралната линия на плочата (фиг.1.17а). Базиран е на изпитания на кръгли плочи като се има пред вид, че областта на продъвяване от плочата е



Фиг. 1.19. Напрегнато състояние на връзката колона-гладка плоча.[68]

Критерият на разрушение, използван при този модел се основава на следната теория. Между върха на срязващата пукнатина и контакта колона – плоча, бетонът е в тримерно напрегнато състояние (натиск). На разстояние един до два пъти височината на зоната на тангенциален натиск, бетонът в тази зона е в двумерно напрегнато състояние (натиск) в хоризонталната равнина и едномерно деформирано състояние (опън) във вертикалната равнина. Следователно в тази зона пукнатините в бетона са близки до хоризонтални и се приема за начало на разрушение при продъвяне (фиг.1.19). Когато се появи тази пукнатина, тримерното напрегнато състояние на бетона в ръба колона-плоча не е налице, и срязващата пукнатина пробива радиалната натискова зона, което води да загуба на носимоспособност.

Забележка: Означенията за всеки модел са съгласно възприетите от автора му.

ПРЕДМЕТ И ЦЕЛИ НА ДИСЕРТАЦИЯТА

Предмет на дисертационния труд е изследване на нелинейни модели на разрушаване на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамични въздействия.

Цел на дисертационния труд е изследване на реагирането на конструктивната връзка колона – гладка плоча от статични натоварвания и динамични въздействия. За постигане на тази цел в дисертацията са поставени следните задачи:

- Анализ на състоянието на проблема и обзор на съществуващите модели на разрушаване на конструктивната връзка колона – гладка плоча;
- Анализ на препоръките на норми за проектиране за определяне на съпротивлението на продъвяне в практиката;
- Изграждане на изчислителен модел за статичен анализ. Извършване на статичния анализ;
- Изследване на нелинейни модели на разрушаване на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамични въздействия;
- Извършване на нелинеен динамичен анализ на изчислителния модел;
- Изследване на реагирането на конструктивната връзка колона – гладка плоча при динамични въздействия.

ОБХВАТ НА ДИСЕРТАЦИЯТА

В дисертационния труд е изследвано реагирането на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамични въздействия. За целта е изграден изчислителен модел в програмен продукт ANSYS. Извършен е статичен анализ на изчислителния модел. Проведен е нелинеен динамичен анализ на изчислителния модел, подложен на импулсно въздействие и на хармонични смущения.

СТРУКТУРА НА ДИСЕРТАЦИЯТА

Дисертацията е структурирана в пет глави:

В Глава 1: АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА ПРОБЛЕМА. ПРЕДМЕТ, ОБХВАТ И СТРУКТУРА НА ДИСЕРТАЦИЯТА. Направен е литературен обзор. Разгледани са факторите, влияещи върху поведението на връзката колона – гладка плоча. Подробно са разгледани и описани някои от изчислителните модели на конструктивната връзка колона – гладка плоча.

В Глава 2: МОДЕЛИРАНЕ НА МАТЕРИАЛИТЕ И МЕХАНИЗМА НА РАЗРУШЕНИЕ. Описани са материалните модели на бетона и армировъчната стомана. Дадено е описание и характеристики на крайните елементи, използвани за дискретизирането на изследваните в Глава 4 и Глава 5 изчислителни модели в програмен продукт ANSYS. Описани са и изчислителните процедури в Метода на крайните елементи.

В Глава 3: СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЯ НА ГЛАДКА ПЛОЧА ПО КЛАСИЧЕСКИТЕ МЕТОДИ И РЕШЕНИЯ С ПРОГРАМНИ ПРОДУКТИ. МОДЕЛИРАНЕ НА БЕТОННА КОНСТРУКТИВНА ВРЪЗКА С ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ ANSYS. ВЕРИФИКАЦИЯ НА КРАЙНИЯ ЕЛЕМЕНТ SOLID65 е направена верификация на крайния елемент SOLID 65. Извършен е сравнителен анализ на решения на гладка плоча по класическите методи и решения с програмни продукти. Сравнени са резултатите от решението на пет изчислителни модела на бетонна конструктивна връзка колона - плоча с различна дискретизация на плочата, като е използван програмен продукт ANSYS.

В Глава 4: РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ СТАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ. Разгледани са теориите за огъване на тънки еластични плочи. Извършено е сравнение на носимоспособността на срязване при центрично продънване на плоча без напречна армировка съгласно препоръките на различни норми за проектиране. В тази глава е изследвано реагирането на конструктивната връзка колона – гладка плоча, подложена на статично натоварване.

В Глава 5: НЕЛИНЕЙНИ МОДЕЛИ НА РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ ДИНАМИЧНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ. Изследвано е реагирането на конструктивната връзка колона гладка плоча при динамични въздействия. За изследване на напрегнато и деформирано състояние на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамични въздействия е изграден изчислителен модел в програмен продукт ANSYS. Извършен е нелинеен динамичен анализ на изчислителния модел, подложен на импулсно и на хармонично въздействие.

Формулирани са претенциите на автора за научни и научно-приложни приноси.

Дадени са насоки за бъдеща работа. Поместена е използваната литература.

ГЛАВА 2

МОДЕЛИРАНЕ НА МАТЕРИАЛИТЕ И МЕХАНИЗМА НА РАЗРУШЕНИЕ.

2.1. ПОДХОДИ ПРИ МОДЕЛИРАНЕ НА МАТЕРИАЛА И МЕХАНИЗМА НА РАЗРУШЕНИЕ.

Моделите на бетона като материал могат да се класифицират най-общо като микро- и макро-модели. При микро моделите на структурата на материала взаимодействието между компонентите се описва с помощта на сравнително прости закони. От поведението на микро-компонентите и тяхното взаимодействие се получава автоматично макроскопичното поведение. Основният недостатък на тези микро-модели е огромната изчислителна работа при анализа. Затова реални конструкции следва да се моделират като се използват най-вече макро-модели. Макро-моделите са базирани основно на механиката на непрекъснатите среди и трябва коректно да възпроизвеждат сравнително сложни механизми на микро ниво като напукване, кохезия, триене, взаимодействие между микропукнатините и др. Зоните на разрушение могат да бъдат моделирани като се използват подхода на дисперсната пукнатина или подхода на дискретната пукнатина.

2.1.1. Подход на дисперсната пукнатина.

При този подход пукнатините се моделират чрез промяна на зависимостта напрежения – деформации в елементите в близост до пукнатината.

2.1.2. Подход на дискретната пукнатина.

Моделът на дискретните пукнатини се използва в най-ранните опити за изследване на опънни пукнатини в бетона, като той се моделира с триъгълни крайни елементи, работещи в линейна постановка. Зоната на разрушението се приема за линия, по която е възможно да се реализира скок в преместванията, а нелинейните процеси се моделират чрез нелинейни пружини.

2.3. МОДЕЛ НА БЕТОНА СЪГЛАСНО ЕВРОКОД 2.

Зависимостта напрежения–деформации за нелинеен конструктивен анализ според ЕВРОКОД 2 за кратковременно едноосово натоварване се представя чрез следната формула (2.1): [1]

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 - (k - 2)\eta}, \quad (2.1)$$

където:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}},$$

ε_{c1} – Деформацията при максимално напрежение ;

$$k = \frac{1,05 E_{cm} * |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}, \quad (2.2)$$

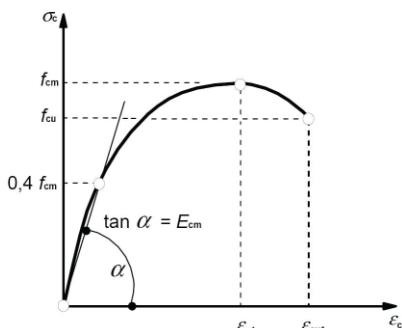
където:

E_{cm} - среден (секущ) модул на еластичност на бетона.

Тази формула е валидна при $0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu1}$

ε_{cu1} – номинална гранична деформация;

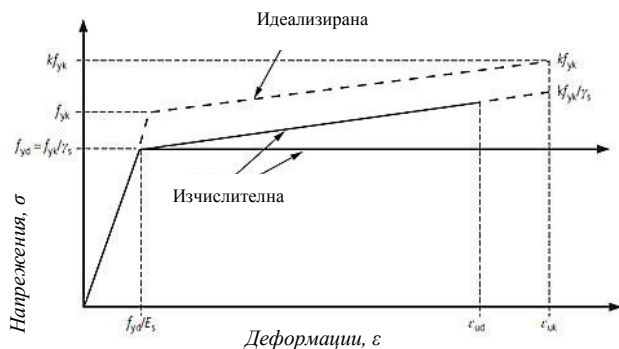
f_{cm} - средна стойност на цилиндричната якост на натиск на бетона.



Фиг.2.5. Зависимост напрежения деформации за нелинеен конструктивен анализ за бетона съгласно ЕВРОКОД 2[1].

2.4. МОДЕЛ НА АРМИРОВЪЧНА СТОМАНА.

При моделиране поведението на армировъчната стомана се използва идеализираната работна диаграма, показана на фиг.2.6. Тази работна диаграма е възприета от ЕВРОКОД 2 [1].



Фиг.2.6. Идеализирана и изчислителна работни диаграми на армировъчна стомана[1].

$$k = \frac{f_t}{f_{yk}}, \quad (2.3)$$

където:

f_t – якост на опън на армировъчната стомана;

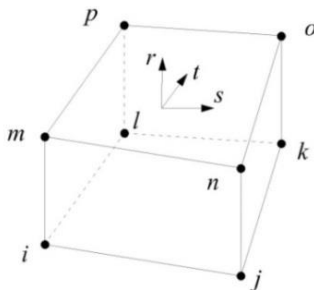
f_{yk} – характеристична якост на провлачане на армировъчната стомана;

2.5. ОПИСАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КРАЕН ЕЛЕМЕНТ SOLID 65.

В програмния продукт ANSYS краен елемент SOLID65 ни дава една от възможностите за моделиране на поведението на бетона (фиг.2.7). SOLID 65 е изопараметричен триизмерен елемент, подаващ се на напукване при опън и на смачкване при натиск [43]. Определя се от осем възлови точки, като всеки възел е с три транслационни степени на свобода – (фиг.2.7). Може да се симулира взаимодействието между двете съставки, бетон и армировка, като по този начин се описва поведението на материала стоманобетон. Елементът има възможност за дефиниране на свойствата на един масивен материал – бетон и до три различни типа армировъчна стомана. Най-важната

особеност при този елемент е, че може да се представи едновременно линейното и нелинейно поведение на бетона. За линейната фаза на бетона, той се приема за изотропен материал до момента на пукнатинообразуване. В нелинейната фаза може да се появят явленията пластичност и пълзене поотделно или в комбинация от двете [43].

Елементът може да има произволна пространствена ориентация и специални характеристики като: пластичност, пълзене, коравина, големи деформации и премествания. Използват се също така и производни крайни елементи - призматичен и пирамидален. [126].



Фиг.2.7. Схема на обемен краен елемент с осем възела – SOLID 65.

Зависимост напрежения – деформации.

Законът на Хук има вида (2.4):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\nu)c & \nu c & \nu c & 0 & 0 & 0 \\ \nu c & (1-\nu)c & \nu c & 0 & 0 & 0 \\ \nu c & \nu c & (1-\nu)c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}, \quad (2.4)$$

където:

$$c = \frac{1}{(1+\nu)(1+2\nu)}, \quad (2.5)$$

$$G = \frac{1}{2(1+\nu)},$$

Записът на (2.4) в матрична форма е:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}. \quad (2.6)$$

Зависимостта деформации-премествания има вида (2.7):

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; & e_y &= \frac{\partial v}{\partial y}; & e_z &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Векторната форма на (2.7) е:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\}. \quad (2.8)$$

Матрица на коравина.

Степените на свобода $\{u_e\}$ представляват три възлови премествания по направление на трите взаимно-перпендикулярни оси. Матрицата на коравина на елемента има вида (2.9):

$$[K_e] = \int_{V_e} [B^T][D][B]dV_e, \quad (2.9)$$

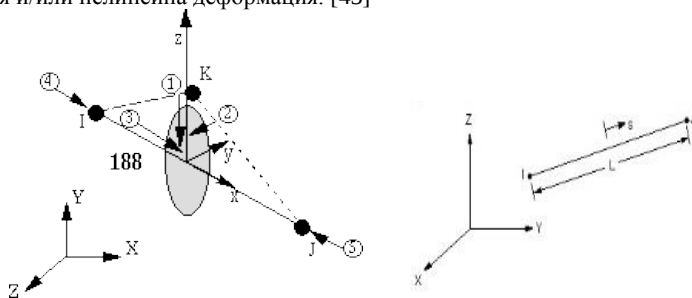
Функциите на формата представляват деформираните схеми на елемента, получени при единично преместване на възел по едно от координатните направления. Чрез тях се получават преместванията в областта на елемента. Те се съдържат в (2.10), като представляват компоненти на матрицата $[N]$:

$$\begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n u_i^e N_{xi}^e(x, y, z) \\ \sum_{i=1}^n v_i^e N_{yi}^e(x, y, z) \\ \sum_{i=1}^n w_i^e N_{zi}^e(x, y, z) \end{Bmatrix} = [N]\{u_e\}. \quad (2.10)$$

В (2.10) u, v и w са преместванията на точка с координати (x, y, z) , n е броят на възлите, $[N]$ е матрица на функциите на формата, $\{u_e\}$ е вектор на възловите премествания. Векторът на преместванията има размерност $3 \cdot n$, или в случая на елемент с осем възела – 24. [17, 18]

2.6. ОПИСАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КРАЕН ЕЛЕМЕНТ BEAM 188.

За моделиране на армировъчните пръти се използва краен елемент BEAM 188 (фиг.2.12.). Този елемент е основан на гредовата теория на *Тимошенко*. BEAM 188 е линеен елемент, дефиниран от два възела с шест степени на свобода във всеки възел – трансляция по направление на x, y и z и ротация около x, y и z . Приема се, че деформацията на напречното сечение е неограничена. Прилага се и за моделиране на линейно поведение, голяма ротация и/или нелинейна деформация. [43]



Фиг.2.12. Краен елемент BEAM 188 с 2 възела. [43]

BEAM188 не използва по-висок ред теории за отчитане на промяна в разпределението на срязващи напрежения. По подразбиране се предполага, че при краен елемент BEAM188 деформацията на напречното сечение е пренебрежимо малка.

Поддържа линейна, квадратична и кубична функции на формата, в зависимост от използваните интеграционни точки. По подразбиране е включена линейна функция на формата, като при нея се използва една точка на интеграция по дължината на елемента. При използване на квадратични функции на формата се използват две точки на интегриране, а при кубични функции на формата – точките на интеграция са три.

Формулировката на крайния елемент BEAM188 се основава на три компоненти на напреженията: едно нормално и две срязващи напрежения: BEAM188 се основава на теорията от първи ред за зависимостта срязване – деформация т.е. теория на *Тимошенко*. Деформацията от напречно срязване е постоянна в напречното сечение. Силата на срязване се преразпределя от предварително определени коефициенти на разпределение на срязващите напрежения. Точността на разпределение на напречно срязване е право пропорционална на гъстотата на дискретизационната мрежа на напречното сечение. Сцеплението може да се прояви само при по-гъста дискретизационна мрежа. [43]

2.7. ВИДОВЕ НЕЛИНЕЙНОСТ. ИЗЧИСЛИТЕЛНИ ПРОЦЕДУРИ.

2.7.1. Видове нелинейност. Нелинейно поведение.

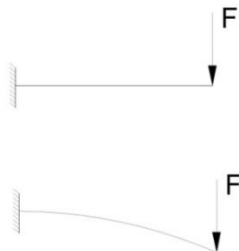
Линейният структурен анализ се основава на хипотезата за малки премествания, малки деформации и линейно - еластично поведение на материалите. Анализът се извършва върху първоначално недеформирана структура. В редица случаи е необходимо отчитане на нелинейност в поведението на материала или по отношение на геометрията на модела.

Нелинейно поведение на конструкцията може да възникне поради геометрични и/или материални нелинейности, както и промяна в граничните условия и структурната цялост. Характерни за строителната механика са нелинейното поведение поради геометрична, материална нелинейност, както и комбинация от двете. Проманата на статута се среща в конструктивното моделиране, но не е характерна за строителната механика.

2.7.1.1. Геометрична нелинейност.

При наличие на голяма деформация и ротация, ако конструкцията претърпява големи премествания в сравнение с нейния най-малък размер и завъртания, при които се променят значително размерите и положението ѝ, както и посоката на натоварването, то тогава е необходимо отчитане на геометричната нелинейност.

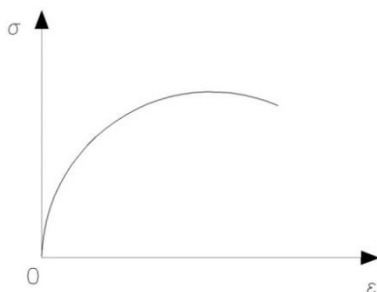
С увеличение на приложеното натоварване се увеличават значително деформациите, което от своя страна може да доведе до промени на формата на структурата (фиг.2.13). Геометричната нелинейност е промяна на еластичните характеристики на структурата, причинени от промяната на формата ѝ поради големи деформации.



Фиг.2.13. Геометрична нелинейност.

2.7.1.2. Материална нелинейност.

За нелинейно поведение на материала говорим, когато зависимостта напрежения – деформации (σ - ε) е нелинейна – фиг.2.14.



Фиг.2.14. Материална нелинейност.

Нееластичното поведение се дава с изразите (2.43):

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_e + \varepsilon_n; \\ \sigma &= \sigma_e + \sigma_n.\end{aligned}\tag{2.43}$$

Като с индексите e и n означават съответно линейно-еластичната и нелинейно еластичната компонента на деформациите и напреженията.

Видове нелинейно материално поведение: **Пластичност, еластопластичност, пълзене, нелинейна еластичност и вискозоеластичност.**

От гледна точка на Метода на крайните елементи, нелинейното поведение на даден материален модел се свежда до въвеждане на математическа нелинейна зависимост сила-преместване във възлите на изчислителния модел. То е в резултат на наличието на една или повече от споменатите по-горе причини – материална нелинейност, геометрична нелинейност, смяна на статута или комбинация от тях. Всяка от тези причини участва при формирането на матрицата на коравина.

За един краен елемент е в сила зависимостта (2.44):

$$\begin{aligned}\{F_e\} &= [K_e]\{u_e\}; \\ [K_e] &= \int_{V_e} [B^T][D][B]dV_e.\end{aligned}\tag{2.44}$$

При появата на материална нелинейност, основаваща се на нелинейна зависимост напрежения-деформации матрицата на материалните константи $[D]$ се явява функция на вектора на възловите премествания $\{u_e\}$. Следователно и матрицата на коравина $[K_e]$ също е функция на вектора на възловите премествания $\{u_e\}$.

При появата на геометрична нелинейност – големи премествания на възлите и малки или големи деформации матрицата на коравина $[K_e]$ отново е функция на вектора на възловите премествания $\{u_e\}$, тъй като матрицата $[B]$ също е функция на $\{u_e\}$. При развитие на големи премествания и големи деформации се променя и геометрията на изчислителния модел, а следователно и изразите за равновесните условия.

2.7.2. Изчислителни процедури в Метода на крайните елементи.

В Метода на крайните елементи се използват директни и итеративни процедури.

С директните процедури се решават задачи от областта на статиката, без проява на нелинейност. С итеративни процедури се решават задачи от областта на статиката при наличие на нелинейност и задачи от областта на динамиката.

Директни изчислителни процедури:

Най-често използваните директни изчислителни процедури са Метода на Гаус или познат още като Метод на директните елиминации, Метод на изчислителните блокове и др.

- Метод на Гаус се базира на идеята за елементарни преобразувания на системата линейни уравнения, така че изходната система да се замени с еквивалентна на нея, от която лесно да се получат решенията на системата.
- Метода на изчислителните блокове се базира на идеята за разделяне на матрицата на коравина на отделни подматрици и последващо решение на общата блокова матрица на коравина, като по този начин се намалява и опростява изчислителната работа.
- Метод на Чолески (*Cholesky*), базиран на идеята, че всяка симетрична, положително определена матрица A може да се разложи на уникална триъгълна матрица L и нейната транспонирана матрица. Ненулевите членове на матрицата L са тези под главния ѝ диагонал [76].

Итеративни изчислителни процедури

За решаване на нелинейно уравнение или система нелинейни уравнения са известни редица итеративни методи:

- Метод на Нютон – Рафсон;
- Модифициран метод на Нютон – Рафсон;
- Метод на дъгите и др.

2.7.2.1. Метод на Нютон-Рафсон (Newton – Raphson method).

Метода на Нютон-Рафсон е итеративен метод за решаване на нелинейни уравнения от вида (2.45):

$$[K_{n+1}]\{u_{n+1}\} - \{F_{n+1}\} = \{\psi_{n+1}\} \cong 0. \quad (2.45)$$

Зависимостта между вектора на преместванията и вектора на външните сили е нелинейна и се налага използване на итеративна процедура, като се стартира от близко и известно решение на разглежданата система алгебрични уравнения. Итеративната процедура може да се основава на нарастване на компонентите на вектора на преместването или на нарастване на вектора на външното въздействие, като първия подход е удачен за задачи с падащ клон на работната диаграма, какъвто е бетона.

При първо приближение се приема известна стойност на търсената величина от предишна стъпка:

$$u_{n+1}^1 = u_n. \quad (2.46)$$

Изчислява се поредна стойност на матрицата на коравина или на съответна нейна компонента, съответстваща на наклона на $F(u)$ в точка u_{n+1}^1 от (2.47).

$$K_{n+1}^i = \frac{\Delta F}{\Delta u} = - \frac{\partial \psi_{n+1}^i}{\partial u_{n+1}^i}. \quad (2.47)$$

След всяка итерация се изчислява стойността на остатъчния член ψ_{n+1}^{i+1} , като итерациите продължават докато този член стане по-малък от зададена стойност – приетата изчислителна точност на модела. Като n е номер на предишно сходимо решение за съответната стъпка.

При използване на Метод на Нютон-Рафсон в програмен продукт ANSYS вектора на външното натоварване се разделя на серии (стъпки) от нарастване на товара.

Преди провеждане на следващо решение се прави оценка на остатъчния вектор, идентична с математическата характеристика остатъчен член ψ_{n+1} от (2.45). [17]

Провежда се линейно решение и се прави проверка на стойностите на ψ_{n+1} с предварително зададен параметър за изчислителна точност. Ако този критерий не е изпълнен, се извършва нова итерация с преизчислена матрица на коравина, получена от (2.47). Итерациите продължават до удовлетворяване на зададения критерий.

2.7.2.2. Модифициран метод на Нютон-Рафсон (Newton-Raphson modified method).

Изчислителната процедура при модифицирания метод на Нютон е идентична с тази при класическия метод на Нютон-Рафсон с тази разлика, че (2.46) не се изчислява отново за всяка итерация, а се използват константни стойности на матрицата на коравина, валидни за целия интервал Δu_n . [17]

2.7.2.3. Метод на дъгите (Arc length method).

Посредством метода на дъгите се решават задачи, при които чрез метода на Нютон-Рафсон не се постига бърза сходимост на решението. Този метод се основава на идеята на класическия метод, като всяка следваща итерация се основава на въвеждането на съответната дъга. В програмен продукт ANSYS има възможност за задаване освен на стъпково натоварване и до 15 на брой междинни стъпки - подстъпки. [43]

ГЛАВА 3

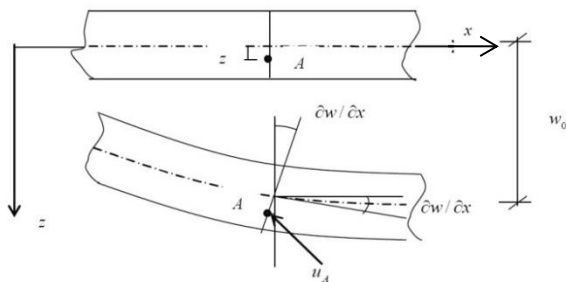
СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЯ НА ГЛАДКА ПЛОЧА ПО КЛАСИЧЕСКИТЕ МЕТОДИ И РЕШЕНИЯ С ПРОГРАМНИ ПРОДУКТИ. МОДЕЛИРАНЕ НА БЕТОННА КОНСТРУКТИВНА ВРЪЗКА С ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ ANSYS. ВЕРИФИКАЦИЯ НА КРАЙНИЯ ЕЛЕМЕНТ SOLID65.

В тази глава е направен сравнителен анализ на решения на гладка плоча, свободно (ставно) подпърна по контура, натоварена с равномерно разпределен товар по следните методи: Метод на Маркус (Метод на еластична схема) [27, 30, 31], методи на теорията на пластичността и решения с програмни продукти ANSYS и SAP2000. В т.3.2 е разгледан модел на тънка плоча, за генерирането на който са използвани *shell* крайни елементи при решението с програмен продукт SAP2000 [38]. Решенията с програмен продукт ANSYS са извършени с дискретизация на плочата с краен елемент SHELL181 и с изопараметричен 3D краен елемент SOLID65. Изчислителните модели се различават по вида на дискретизационната мрежа. В т.3.3 е показано напрегнатото състояние на връзката колона-гладка плоча без армировка при пет различни модела. Плочата при петте модела е изградена съответно от един обем – при първия, от два обема при втория и третия (описани подробно в т.3.3), от три обема – при четвъртия и от пет обема при петия модел.

3.1. ТЕОРИИ ЗА ОГЪВАНЕ НА ТЪНКИ И УМЕРЕНО ДЕБЕЛИ ЕЛАСТИЧНИ ПЛОЧИ

3.1.1. Теория на Кирхоф за тънките еластични плочи.

Класическата теория на Кирхоф (фиг.3.1) намира широко приложение в строителната практика както поради голямото приложение на тънки еластични плочи, така и поради простотата на работните ѝ хипотези. [20]



Фиг. 3.1. Деформиране на тънка плоча вследствие огъване.

В тази теория са приети следните опростяващи работни хипотези:

- **Първа хипотеза:** След прилагане на натоварването, точките от средната равнина се преместват единствено по направление на z (3.1):

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z_0) &= u_0 = 0; \\
 v(x, y, z_0) &= v_0 = 0; \\
 w(x, y, z_0) &= w_0 \neq 0; \\
 z_0 &\equiv 0.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

• **Втора хипотеза:** Всяка отсечка с дължина h (равна на височината на плочата), перпендикулярна на средната равнина на плочата преди прилагане на натоварването остава перпендикулярна към средната повърхнина след прилагане на натоварването и запазва своята дължина.

От тези две предпоставки следва, че:

$$\begin{aligned}
 w(x, y, z_0) &= w(x, y, 0)w_0 \neq 0 \text{ и} \\
 \gamma_{xz} &= \gamma_{yz} = 0.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

• **Трета хипотеза:** Нормалните напрежения σ_z са пренебрежимо малки, т.е. $\sigma_z \approx 0$ и съответно $\varepsilon_z \approx 0$. Напречните премествания са малки в сравнение с h и тогава:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= -z \cdot \sin \alpha \approx -z \cdot \tan \alpha = -z \frac{\partial w}{\partial x}; \\
 v(x, y, z) &= -z \frac{\partial w}{\partial y}; \\
 w(x, y, z) &= w_0.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Деформациите, изразени чрез преместванията имат вида (3.4):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Напреженията, изразени чрез деформациите от обобщения закон на Хук имат вида (3.5):

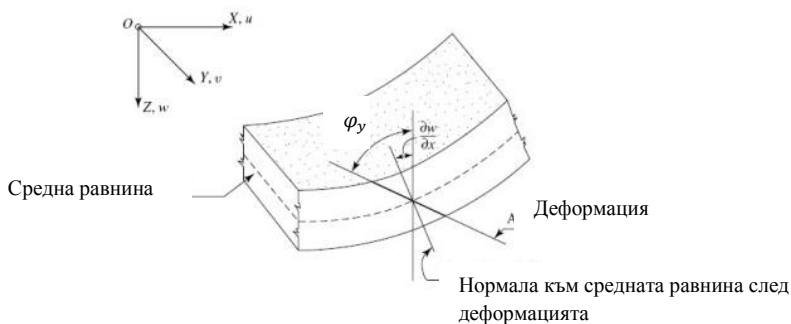
$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) = -\frac{E}{1 - \nu^2} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \\
 \sigma_y &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) = -\frac{E}{1 - \nu^2} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \\
 \tau_{xy} &= \tau_{yx} = G \gamma_{xy} = G \gamma_{yx} = -\frac{E}{1 - \nu} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

3.1.2. Теория на Райснер – Миндлин за огъване на умерено дебели еластични плочи.

Първата и трета работни хипотези в теорията на Райснер – Миндлин са идентични с хипотезите в теорията на Кирхоф. Съществено различие е по отношение на **втората хипотеза** и тя гласи:

• Всяка отсечка с дължина h (равна на височината на плочата), перпендикулярна на средната равнина на плочата преди прилагане на натоварването запазва дължината си, но не остава перпендикулярна към тангентата към средната повърхнина след прилагане на натоварването и запазва своята дължина (фиг.3.2).

Ъгълът на нейното отклонение е ъгловата деформация на плочата, при положение, че тангенциалните напрежения са равномерно разпределени по височина на сечението, т.е. отчита се деформативност от напречните сили (3.6).



Фиг.3.2. Преместване на средната повърхнина и завъртане спрямо нормалата на напречното сечение при умерено дебели еластични плочи. [114]

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= z \cdot \sin \varphi_y \approx z \cdot \operatorname{tg} \varphi_y = z \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{xz} \right) = z \cdot \varphi_y; \\ v(x, y, z) &= z \cdot \sin \varphi_x \approx z \cdot \operatorname{tg} \varphi_x = z \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_{yz} \right) = z \cdot \varphi_x; \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y, 0) = w_0.$$

Деформациите, изразени чрез преместванията имат вида (3.7):

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{xz} \right) = z \cdot \frac{\partial}{\partial x} \varphi_y; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = z \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_{yz} \right) = z \cdot \frac{\partial}{\partial y} \varphi_x; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial}{\partial y} u + \frac{\partial}{\partial x} v = z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

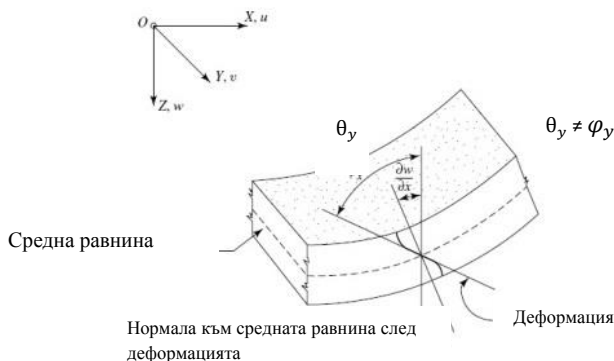
Напреженията, изразени чрез деформациите от обобщения закон на Хук са:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) = \frac{E}{1 - \nu^2} z \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \right); \\ \sigma_y &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) = \frac{E}{1 - \nu^2} z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right); \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = G \gamma_{xy} = G \gamma_{yx} = \frac{E}{1 + \nu} z \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.1.3. Теории от по-висок ред

Докато при теориите от „първи ред“ се допуска, че преместванията в равнината u и v се променят линейно, при теорията от „по-висок ред“ на Левинсон изразите за преместванията имат следния вид:

$$\begin{aligned} u &= z \theta_x(x, y) + z^3 \psi_x(x, y); \\ v &= z \theta_y(x, y) + z^3 \psi_y(x, y). \end{aligned} \quad (3.9)$$



Фиг.3.3. Преместване на средната повърхнина и завъртане спрямо нормалата на напречното сечение при теорията на Левинсон. [114]

Където с θ_x и θ_y са означени ротациите на средната равнина на плочата, сравними със тези при теорията на Райснер-Миндлин. Функциите ψ_x и ψ_y се наричат извивни функции. Подходящи са следните кинематични приемания:

$$\begin{aligned}\psi_x &= -\frac{4}{3h^2} \left(\theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \\ \psi_y &= -\frac{4}{3h^2} \left(\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \right); \\ u &= z \left[\theta_y - \frac{4z^2}{3h^2} \left(\theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]; \\ v &= z \left[\theta_x - \frac{4z^2}{3h^2} \left(\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right].\end{aligned}\tag{3.10}$$

Напречните сечения на плочата се деформират както е показано на фиг. 3.3.

Съгласно (3.10) при свободно подпиране на плочата по контура разпределението на срязващите напрежения през дебелината на плочата е параболично. [114]

3.2. СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЯ НА ГЛАДКА ПЛОЧА ПО МЕТОД НА МАРКУС, МЕТОДИТЕ НА ТЕОРИЯТА НА ЕЛАСТИЧНОСТТА И ПЛАСТИЧНОСТТА И РЕШЕНИЯ С ПРОГРАМНИ ПРОДУКТИ. ВЕРИФИКАЦИЯ НА КРАЙНИЯ ЕЛЕМЕНТ SOLID65.

Изграден е изчислителен модел на гладка плоча с размери $2,00m/2,00m$ и дебелина $0,20m$. Плочата е свободно (ставно) подпирана по контура. Натоварена е с равномерно разпределен товар с интензивност 100 kN/m^2 .

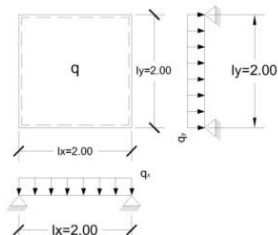
Материалът е бетон клас C20/25 с модул на еластичност $E=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ и коефициент на Поасон $\nu=0,2$.

Получени са решения и са сравнени резултатите от решения по класическите методи на Маркус и преразпределение на усилията, методите на теорията на

еластичността и решения с програмни продукти. При решенията с програмни продукти е направено сравнение на резултатите при дискретизация с различна размерност на мрежата, а също така и при дискретизация на модела с различни крайни елементи – *Shell* и *Solid*.

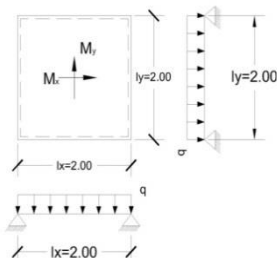
3.2.1. Решение на плочата по Метод на Маркус (Метод на еластична схема).

Статическа схема:



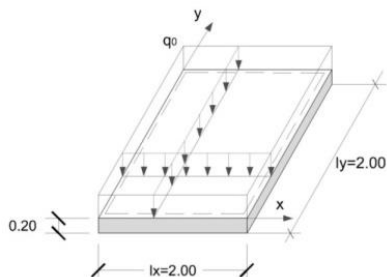
3.2.2. Решение на плочата по метода на преразпределение на усилията.

Статическа схема:



3.2.3. Решение на плочата по Метода на Навие (Метод на двойните тригонометрични редове).

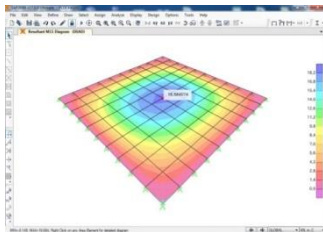
Статическа схема и натоварване:



3.2.4. Решение на плочата с програмен продукт SAP 2000.

3.2.4.1. Решение при дискретизационна мрежа 10x10 с Shell елемент.

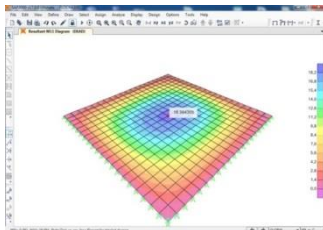
Дискретизацията на модела е извършена с Shell краен елемент с размери 0,2m/0,2m.



Фиг.3.3. Статическа схема и дискретизация на плочата. Решение с програмен продукт SAP2000 при мрежа 10x10.

3.2.4.2. Решение при дискретизационна мрежа 20x20 с Shell елемент

При това решение дискретизацията е извършена с Shell елемент с размери 0,10/0,10m.

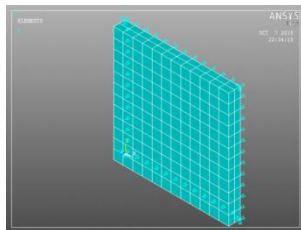


Фиг. 3.4. Статическа схема и дискретизация на плочата. Решение с програмен продукт SAP2000 при мрежа 20x20 cm.

3.2.5. Решение на плочата с програмен продукт ANSYS

3.2.5.1. Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65 – мрежа 12x12x2.

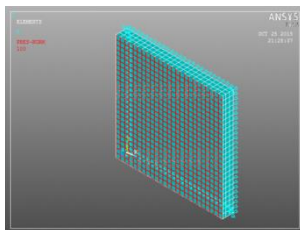
Изграден е модел на свободно подпряна по контура плоча, като са ограничени преместванията по контурните линии по z и преместванията по x и y в ъгловите възли. За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SOLID65 (CONCRET 65). Бетонът е клас C20/25 с модул на еластичност $E=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ и коефициент на Поасон - 0,2.



Фиг.3.5. Статическа схема и дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65 и мрежа 12x12x2

3.2.5.2. Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65–мрежа 25x25x3.

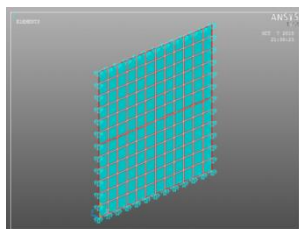
Генериран е модел на свободно подпряна по контура плоча, като са ограничени преместванията по контурните линии по z и преместванията по x и y в ъгловите възли. За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SOLID65. Бетонът е клас C20/25 с модул на еластичност $E=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ и коефициент на Поасон - 0,2.



Фиг.3.7. Статическа схема и дискретизация на плочата с краен елемент SOLID65 и мрежа 25x25x3.

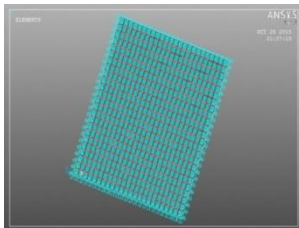
3.2.5.3. Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SHELL181 и мрежа 12x12

Изграден е модел на свободно подпряна по контура плоча, като са ограничени преместванията по контурните линии по x , y и z . За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SHELL181. Бетонът е клас C20/25 с модул на еластичност $E=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ и коефициент на Поасон - 0,2.



Фиг.3.9. Статическа схема и дискретизация на плочата с краен елемент SHELL 181 при мрежа 12x12.

3.2.5.4. Решение при дискретизация на плочата с краен елемент SHELL181 и мрежа 24x24.



Фиг.3.11. Статическа схема и дискретизация на плочата с краен елемент SHELL 181 при мрежа 24x24.

3.2.7. Сравнение на получените резултати

Табл. 3.7. Сравнение на резултатите за огъващ момент M_y и максималното провисване в сечение с координати ($x=1$, $y=1$).

Изчислителен модел	M_{max} kNm/m	Разлика за M_{max} спрямо метода на Навие, %	f_{max} , m	Разлика за f_{max} спрямо метода на Навие, %
Метод на Маркус	14,575	-18,76%	$0,312 \cdot 10^{-3}$	-0,95%
Метод по преразпределение на усилията	24,690	37,63%	$0,312 \cdot 10^{-3}$	-0,95%
Метод на Навие	17,940	0	$0,315 \cdot 10^{-3}$	0
SAP 2000 мрежа 10x10	18,684	4,15%	$0,327 \cdot 10^{-3}$	3,81%
SAP 2000 мрежа 20x20	18,594	3,65%	$0,328 \cdot 10^{-3}$	3,96%
ANSYS, Shell 181 мрежа 12x12	18,460	2,90%	$0,350 \cdot 10^{-3}$	11,11%
ANSYS, Solid 65 Мрежа 12x12x2	18,800	4,79%	$0,348 \cdot 10^{-3}$	10,48%
ANSYS, Shell 181 мрежа 24x24	18,850	5,07%	$0,355 \cdot 10^{-3}$	12,70%
ANSYS, Solid 65 Мрежа 25x25x3	19,060	6,24%	$0,361 \cdot 10^{-3}$	14,60%

3.2.9. Изводи

Резултатите, получени от изчисленията по метода на Маркус (метод на еластична схема) са по-близки до резултатите получени от решението по Метода на Навие (метод на двойните тригонометричните редове) от тези, получени от решението по метода по преразпределение на усилията - табл. 3.7.

Резултатите, получени от решенията с програмни продукти, основани на Метода на крайните елементи са близки. Тези резултати са близки и до получените по метода на Навие, като разликите са от 2,9% до 6,24 %, което е в рамките на допустимото. Преместванията, получени при решението с програмен продукт ANSYS са значително по-големи от тези, получени от решението с програмен продукт SAP2000, което се дължи на използваните крайни елементи и размерността на мрежата. От резултатите, получени при решенията на плочата с програмен продукт ANSYS очаквано се наблюдава увеличаване на преместванията при съгъстяване на дискретизационната мрежа, като клонят към определена стойност. По - високата стойност на преместването кореспондира с по-голяма стойност на огъващия момент.

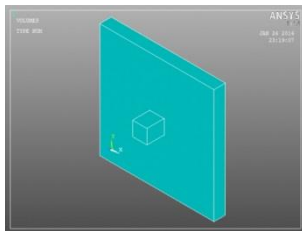
3.3. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАПРЕГНАТОТО СЪСТОЯНИЕ НА БЕТОННА КОНСТРУКТИВНА ВРЪЗКА С ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ ANSYS.

Съставени са пет изчислителни модела на бетонна връзка с цел да се определи напрегнатото състояние в контактната зона и да се проверят резултатите получени за напреженията и преместванията при различните изчислителни модели. Изграден е модел на бетонова връзка колона – гладка плоча. Плочата е с размери 2,00m/2,00 m и дебелина 0,20 m, колоната е с размери 0,25m/0,25m. Дефинирани са идентични гранични условия и при петте модела, като са ограничени преместванията в контурните линии по x, y и z. За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SOLID65 с осем възела и с по три степени на свобода във всеки възел или с двадесет и четири степени на свобода. Характеристиките на крайния елемент SOLID65 са описани в Глава 2. Бетонът е моделиран като материал с линейноеластично поведение. Избран е бетон клас C20/25 съгласно ЕВРОКОД 2 с

модул на еластичност $E=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ и коефициент на Поасон-0,2. Натоварването е приложено по долната повърхност на колоната, равномерно разпределено с интензивност 5000 kN/m^2 .

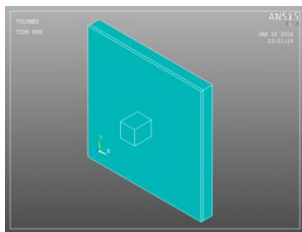
На фигури, фиг. 3.13, 3.17, 3.21, 3.25 и 3.29 са дадени 3D изгледи на всеки един от петте модела.

3.3.1. Първи модел - M1 - състои се от два обема (фиг.3.13) – от един е изградена плочата с размери $2,00\text{m}/2,00\text{m}$, дебелина $0,2\text{m}$ и с втори част от колона с размери $0,25\text{m}/0,25\text{m}/0,5\text{m}$.



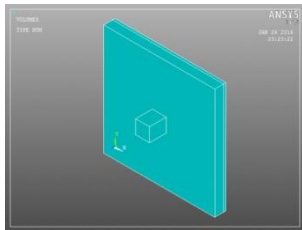
Фиг.3.13. 3D изглед на първи модел (M1).

3.3.2. Втори модел – M2 - плочата се състои от два обема (фиг.3.17) – единият е с дебелина $0,04\text{m}$, а вторият – $0,16\text{m}$. С трети обем - с размери $0,25\text{m}/0,25\text{m}/0,5\text{m}$ е моделирана част от колоната. Обемът с дебелина $0,04\text{m}$ е в контакта с колоната.



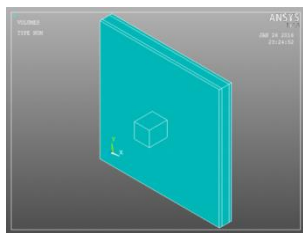
Фиг.3.17. 3D изглед на втори модел (M2).

3.3.3. Трети модел - M3 – плочата се състои от два обема (фиг. 3.21) – единият е с дебелина $0,16\text{m}$, а вторият – $0,04\text{m}$. С трети обем с размери $0,25\text{m}/0,25\text{m}/0,5\text{m}$ е моделирана част от колоната. Обемът с дебелина $0,16\text{m}$ е в контакта с колоната.



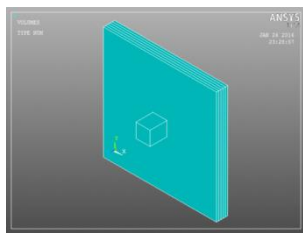
Фиг.3.21. 3D изглед на трети модел (M3).

3.3.4. Четвърти модел М4 – плочата се състои от три обема (фиг.3.25) – първи, с дебелина $0,04\text{ m}$, вторият е с дебелина $0,16\text{ m}$, и третият – с дебелина $0,04\text{ m}$. С четвърти обем с размери $0,25\text{ m}/0,25\text{ m}/0,5\text{ m}$ е моделирана част от колоната.



Фиг.3.25. 3D изглед на четвърти модел (М4).

3.3.5. Пети модел М5 – плочата се състои от пет обема (фиг.3.29)– всеки с дебелина $0,04\text{ m}$. С шести обем с размери $0,25\text{ m}/0,25\text{ m}/0,5\text{ m}$ е моделирана част от колоната.



Фиг.3.29. 3D изглед на пети модел

3.3.6. Сравнение на получените резултатите и изводи

В табл. 3.9 е показано сравнение на стойностите на главните напрежения, получени от решенията на петте модела при идентични материални характеристики и поведение на бетона, използван е един краен елемент– SOLID65, опорните условия и натоварването също са идентични и са описани в началото. Зададена е също така и еднаква размерност на крайния елемент SOLID65 – $0,04\text{ m}$.

Показани в табличен вид са стойностите на главните напрежения σ_1 , σ_2 и σ_3 в точка с координати $(0,9;1,125;0,2)$ – табл.3.9 – в долната повърхност на плочата непосредствено до контакта колона – плоча.

Анализ на резултатите при петте модела е направен с цел да се прецени възможността за използването на модел от вида М5 с подобна дискретизация на модела в по-нататъшната работа, включваща и моделиране на горна и долна армировка.

Табл.3.9. Сравнение на стойностите на главните напрежения в долната повърхност на плочата в точка с координати (0,9;1,125;0,2) – контакт плоча-колона, получени при решенията на петте модела

модел	$\sigma_1, \text{kN/m}^2$	$\sigma_2, \text{kN/m}^2$	$\sigma_3, \text{kN/m}^2$
M1	-3562,40	-6023,10	-11069
M2	-3386,50	-6140,70	-10719
Разлика на резултатите от M2 спрямо M1	-5,19%	1,92%	-3,27%
M3	-3593,00	-6036,00	-11359
Разлика на резултатите от M3 спрямо M1	0,86%	0,21%	-2,62%
M4	-3384,90	-6163,40	-10711
Разлика на резултатите от M4 спрямо M1	-5,24%	2,28%	-3,34%
M5	-3373,90	-6071,50	-10648
Разлика на резултатите от M5 спрямо M1	-5,59%	0,80%	-3,95%
Разлика на резултатите от M5 спрямо M4	-0,33%	-1,51%	-0,59%

3.3.7. Изводи

Както е видно от табл.3.9 напрегнатото състояние в долната повърхност на плочата в близост до контакта с колоната е ясно изразено тримерно. Стойностите за σ_1 и σ_2 и σ_3 при решението с изчислителен модел M5 се различават от 0,80% до -5,59% спрямо тези, получени от решението с изчислителен модел M1 и от 0,33% до 1,51% спрямо стойностите, получени от решението на модел M4.

Стойностите, получени от решението с модели M2 и M3 също се доближават до стойностите, получени от решенията на другите три модела M1, M4 и M5. Описаните по – горе разлики се дължат на вида на дискретизационната мрежа, размерите на крайните елементи, съгъвяването ѝ при модел M4 в горната и долна зони. Наблюдава се също така и малка несиметричност на напреженията спрямо остта на симетрия, което се дължи на несиметричността на дискретизационната мрежа.

В заключение може да се каже, че резултатите не се повлияват значително от приетия подход при изграждането на изчислителния модел. Получените резултати ми дават основание за по-нататъшната работа да използвам модел от вида M5 с подобно разделяне на отделните обеми, като главните напрежения, както по горната повърхност, така и по долната повърхност на плочата са достатъчно близки, като за σ_1 и σ_2 по горната повърхност разликата е до 3%, а по долната повърхност – до 6,48%.

ГЛАВА 4

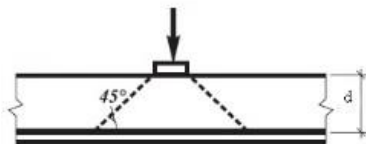
РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ СТАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ.

4.1. ПРЕПОРЪКИ НА НОРМИТЕ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕТО НА ПРОДЪВНАНЕ ЗА ПРАКТИКАТА.

В тази глава са показани препоръките на норми за проектиране за изчисляване носимоспособността на срязване при центрично продъвване, без наличие на неуравновесени моменти. Разгледани са изчислителните модели и препоръките в: Българските норми „Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции“–1988 г.; ЕВРОКОД 2 - БДС EN 1992-1-1; Американските норми - ACI 318-08; Британски стандарт BS 8110:97; Германски норми DIN 1045-1 и съгласно изследванията на Noel J. Gardner от 1996 г.

4.1.1. Български норми - „Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции“–1988г.

Приетият изчислителен модел в „Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции“, 1988 г. е показан на фиг. 4.1.

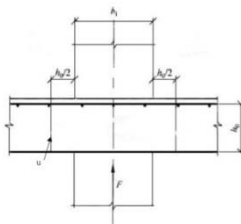


Фиг.4.1. Схема на пирамидата на продъвване при ъгъл на наклона на стените α 45°. [29]

Носимоспособността на срязване при продъвване за плочи без напречна армировка се определят съгласно (4.1): [29]

$$F \leq \alpha \cdot R_{bt} \cdot u_m \cdot h_0, \quad (4.1)$$

4.1.2. Руски норми - СНиП 52-01-2003, актуализирана редакция СП 63.13330.212.

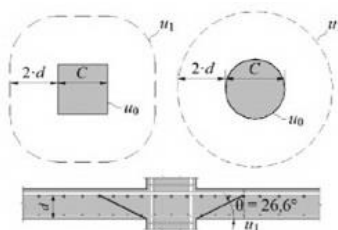


Фиг.4.2. Схема за изчисляване на напречното сечение на продъвване съгласно СНиП 52-01-2003, СП 63.13330.212.[36]

Носимоспособността на срязване при центрично продънване за плочи без напречна армировка се определят съгласно (4.2):

$$F \leq R_{bt} \cdot A_b, \quad (4.2)$$

4.1.3. ЕВРОКОД 2- БДС EN 1992-1-1.



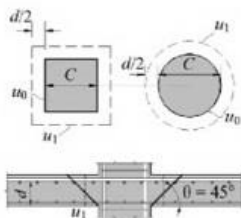
Фиг. 4.3. Контролен периметър и изчислителен модел съгласно ЕВРОКОД 2.[1]

За осигуряване на продънването в БДС EN 1992-1-1 - ЕВРОКОД 2 е приет изчислителния модел, показан на фиг.4.3. При него, стените на пирамидата на продънване сключват с хоризонталата ъгъл $26,6^\circ$ [1]. Критичният периметър е на разстояние $2d$ от контура на товарната площ. Областите на продънване на гладките плочи са подложени на двупосочно огъване – от главни радиални и тангенциални моменти (съответно m_r и m_t). В ЕВРОКОД 2 са наложени ограничения по отношение на стойността на ефекта на размер на $\zeta \leq 2,0$, а също и на процента на надлъжната армировка на $\rho \leq 2\%$. Носимоспособността на срязване при продънване се определя от (4.3) : [1]

$$V_{RD,c} = 0.12k^3\sqrt{100\rho f_{ck}}u_1d, \quad (4.3)$$

4.1.4. Американски норми АСІ 318-08.

Според АСІ 318 [41] носимоспособността на продънване на гладки стоманобетонни плочи без армировка против срязване трябва да удовлетворява проверката за срязващи напрежения в контролния периметър на разстояние $d/2$ от ръба на колоната или края на товарната площ (фиг. 4.4).



Фиг. 4.4. Контролен периметър и изчислителен модел съгласно АСІ 318.[41]

Носимоспособността на срязване се изчислява както следва:

$$V_{RD,c} = \min \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \lambda \varphi \frac{1}{6} \sqrt{f_c} u_1 d; \\ \left(\frac{\alpha_s d}{u_1} + 2\right) \lambda \varphi \frac{1}{12} \sqrt{f_c} u_1 d; \\ \frac{1}{3} \lambda \varphi \sqrt{f_c} u_1 d, \end{cases} \quad (4.4)$$

4.1.5. Британски норми BS 8110:97.

Носимоспособността на срязване съгласно BS 8110:97 [53] се определя от (4.5)

$$V_{RD,c} = \frac{0,79}{\gamma_m} \sqrt[3]{100\rho} \sqrt[4]{\frac{400}{d}} u d \leq 0,8 \sqrt{f_{cu}}, \quad (4.5)$$

4.1.6. Германски норми DIN 1045-1.

При тези норми, носимоспособността на срязване съгласно се определя от (4.6), а именно:

$$V_{RD,c} = \frac{0,21}{\gamma_c} \eta_l \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} + \sqrt[3]{100\rho f_{ck}}\right) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot u_1 d, \quad (4.6)$$

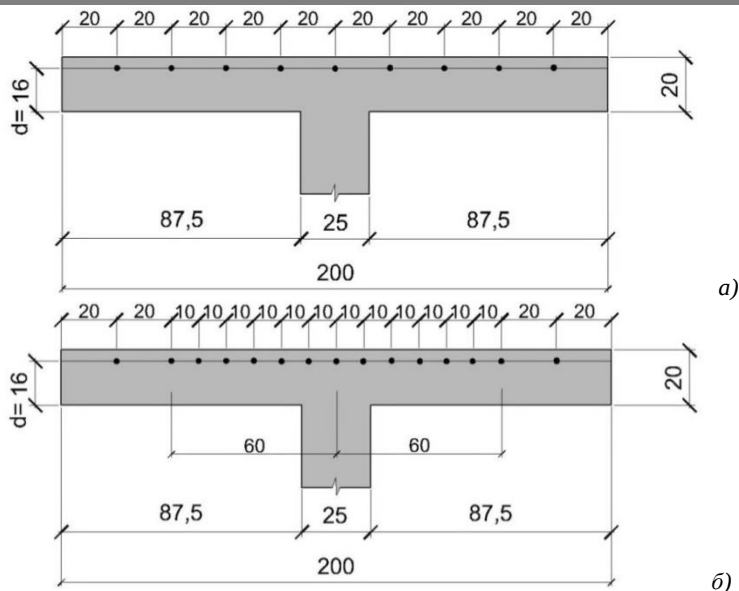
4.1.7. Съгласно Gardner (1996).

През 1996 г. Gardner се предлага следната формула за определяне на носимоспособността на срязване (4.7): [63]

$$V_{RD,c} = 0,55 \lambda \left(1 + \sqrt{\frac{250}{h}}\right) \cdot \sqrt{\frac{h}{4c}} \cdot \sqrt[3]{\varphi_s \rho f_y \varphi_c f_{ck} u_0 d}, \quad (4.7)$$

4.2. ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА НОСИМОСПОСОБНОСТТА НА СРЯЗВАНЕ ПРИ ЦЕНТРИЧНО ПРОДЪВНАНЕ НА ГЛАДКА ПЛОЧА.

Тук в числен пример е определена носимоспособността на плочата на срязване при продънване за плоча с дебелина 20 cm и геометричните характеристики, показани на фиг.4.5, съгласно НПБСК'88, СНиП 52-01-2003, БДС EN 1992-1-1 - ЕВРОКОД 2, АСІ 318-08, BS 8110:97, DIN 1045-1 и Gardner. Ефективната височина на плочата е 16cm. Геометричните размери и разположението на надлъжната армировка са показани на фиг. 4.5. Плочата е от бетон е клас C20/25 с $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ и е армирана над колоната с надлъжната армировка от стомана клас B500B с $f_y = 500 \text{ MPa}$. Разгледани са два случая на армиране: при първия случай над колоната плочата е армирана с горна надлъжна армировка N12 през 20 cm в двете посоки (фиг.4.5а), а във втория - горната надлъжна армировка е от N16 през 10 cm в двете посоки (фиг.4.5б). Колоната е с размери 25cm/25cm, изпълнена също, както плочата от бетон клас C20/25 с $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$.



Фиг.4.5. Размери на напречното сечение и разположение на горна армировка:

а) при мрежа 20cm/20 cm;

б) съгъстена горна армировка в зоната над колоната– мрежа 10cm/10 cm.

4.2.8. Сравнение на носимоспособността на срязване при центрично продънване на плоча без напречна армировка, съгласно препоръките на нормите.

Табл.4.1. Периметър на срязване при продънване и носимоспособност на срязване при продънване – сравнение на препоръките на някои Норми за проектиране – т.4.2.1 – 4.2.7.

	НПБСК* 88	СНП 52-01-2003	БДС EN1992-1	ACI 318-1	BS 8110:97	DIN 1045-1	Gardner
Периметър на срязване, m	1,64	1,64	3,01	1,64	2,92	2,92	1,00
Продънваща сила при армировка над колоната мрежа 20cm/20cm от N12, kN	330,62	275,52	231,17	304,91	245,75	243,83	238,88
Продънваща сила при армировка над колоната мрежа 10cm/10cm от N16, kN	330,62	275,52	339,53	304,91	394,32	295,89	316,00

4.2.9.Изводи.

Показаните по-горе изчислителни процедури са основани главно на емпирични зависимости. Те приемат подхода на срязване по определен критичен периметър и включват само най-важните параметри. Това води до разминаване, в някои от случаите и съществено на резултатите, получени съгласно различните норми, въпреки че за формулирането на основните зависимости са използвани сходни експериментални резултати. Причината за това вероятно е в различията при тълкуването на експерименталните изследвания, начина на съпротивлението, различните коефициенти

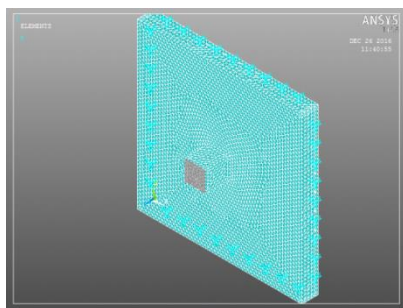
на натоварване, както и особеностите на местната строителна практика. Влиянието на якостта на бетона също се приема по различен начин. От разгледаните норми, в НПБСК`88, СНиП и АСІ 318 не се отчита влиянието на надлъжната армировка, като по при този подход се получава еднаква носимоспособност на срязване при различни проценти на армиране. В изчислителната процедура на ЕВРОКОД 2, BS и DIN, той се отчита и това води до намаляване на носимоспособността на срязване при по-малки проценти на армиране. Вместо това в АСІ 318 се разчита на конструктивни изисквания, за да се осигури достатъчна надлъжна армировка.

От резултатите, показани в табл. 4.1 е видно, че при по-малък процент на армиране изчислителните процедури по ЕВРОКОД 2, DIN и BS са консервативни, докато сравнени с тях, процедурите по НПБСК`88 и АСІ 318-8 са по-малко консервативни. При по- висок процент на надлъжната армировка, резултатите от изчислителните процедури по НПБСК`88 и АСІ 318-8 стават по-консервативни, т.е. те се доближават до тези по ЕВРОКОД 2, DIN и BS.

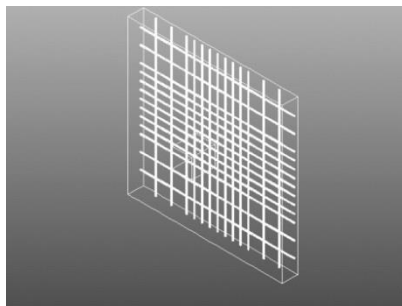
4.3. ИЗСЛЕДВАНЕ РЕАГИРАНЕТО НА ВРЪЗКАТА КОЛОНА-ГЛАДКА ПЛОЧА ОТ СТАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ.

4.3.1. Геометрични и материални характеристики на изчислителните модели.

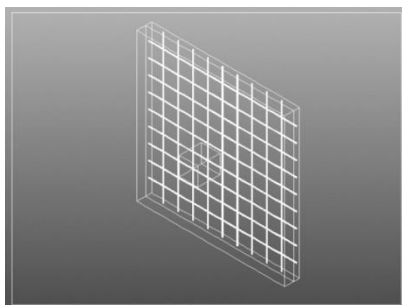
За изследване на реагирането на конструктивната връзка колона-гладка плоча при статично натоварване са изградени четири изчислителни модела в програмен продукт ANSYS. За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SOLID65 (фиг.4.14), а за моделиране на поведението на армировъчната стомана – BEAM188 (фиг.4.15 и фиг.4.16).



Фиг. 4.14. Изчислителен модел (геометрия и дискретизационни мрежа).



Фиг. 4.15. Разположение на армировката – мрежа 10/10 cm – модели: MC1, MC2 и MC3.



Фиг. 4.16. Разположение на армировката – мрежа 20/20 cm – модел MC4.

При изграждането на изчислителните модели са приети следните параметри:
Геометрични размери:

- Размери на плочата - 2,00m/2,00m;
- Дебелина на плочата – 0,20 m;
- Остта на армировъчната мрежа е на разстояние 0,04 m от горната повърхност на плочата;
- Размери на колоната 0,25m/0,25m.

Материални характеристики:

- Бетон клас C20/25 съгласно ЕВРОКОД 2 с изчислителни характеристики:
 $f_{ck}=20 \text{ MPa}$; $f_{ck, cube}=25 \text{ MPa}$; $f_{cm}=28 \text{ MPa}$;
 $\epsilon_{c1}=2\text{‰}$; $\epsilon_{cu1}=3,5\text{‰}$; $E_{cm}=30 \text{ GPa}$.
- Стомана клас B500B с изчислителни характеристики:
 $f_{yk}=500 \text{ MPa}$; $f_{yd}=435 \text{ MPa}$; $E_s=200 \text{ GPa}$.

4.3.2. Описание на изчислителните модели.

Модел MC1

При модел MC1 бетонът и армировъчната стомана са моделирани с линейно-еластични материални модели. Материалните характеристики на бетона и стоманата са дадени в табл. 4.2. Предвидено е армировъчната стомана да е с диаметър 16 mm, съгъдена симетрично през 10 cm на разстояние до 80 cm от оста на колоната. Натоварването е приложено централно върху колоната.

Табл.4.2 Линеино-еластични материални модели на бетон C20/25 и стомана B500.

Модел на материала бетон C20/25	Модел на материала стомана B500
Линеино изотропен	Линеино изотропен
Модул на Юнг - $E_{cm}=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ Коефициент на Поасон - $\nu=0,2$	Модул на Юнг - $E_s=2.10^8 \text{ kN/m}^2$ Коефициент на Поасон - $\nu=0,3$

Модул на Юнг за бетон в опънна зона – съгласно Bazant[49]: $E_t = \frac{69,9 E_c}{56,7 + f_t'}, \text{ psi};$

или $E_t=4,6 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$.

Модел MC2

При модел MC2 бетонът за плочата е моделиран с мултилинейно-еластичен материален модел, с характеристики, дадени в табл.4.3а), а бетонът за колоната – линейно-еластичен с характеристики съгласно табл.4.2, а армировъчната стомана е моделирана с би-линеен материален модел с материалните характеристики, показани в табл.4.3б). Материалните характеристики на бетона и стоманата са дадени в табл.4.3а) и 4.3а). Предвидено е армировъчната стомана да е с диаметър от 16 mm, сгъстена симетрично през 10 cm на разстояние до 80 cm от оста на колоната. Натоварването е приложено върху колоната центрально.

Табл.4.3а). Нелинеен (мултилинейно- еластичен) материален модел на бетон C20/25

Модел на материала бетон C20/25	
Линеино изотропен	
Модул на Юнг - $E_{cm}=3.10^7 \text{ kN/m}^2$ Коефициент на Поасон - $\nu=0,2$	
Мултилинейно изотропен	
Деформации, ϵ , m/m	Напрежения, σ , kN/m ²
0	0
0,000373	11 200
0,0005	13 176
0,0010	21 778
0,0015	26 526
0,0020	28 000
0,0025	26 667
0,0030	22 909
0,0035	17 043

Табл.4.3б). Би-линеен материален модел на стомана B500

Модел на материала стомана B500
Линеино изотропен
Модул на Юнг - $E_s=2.10^8 \text{ kN/m}^2$ Коефициент на Поасон - $\nu=0,3$
Би-линейна работна диаграма
Характеристична якост на провлачане - $f_{yk}=4,35.10^5 \text{ kN/m}^2$ Тангенциален модул на еластичност - $E_t= 12\,400 \text{ kN/m}^2$

Модел MC3

При модел MC3 бетонът за плочата е моделиран като пластичен, а бетонът за колоната–линейно-еластичен, този за армировъчната стомана би-линеен. Материалните

характеристики на бетона са дадени в табл.4.4, а тези на стоманата – в табл. 4.3б). Предвидено е армировъчната стомана да е с диаметър 16 mm , съгъстена симетрично през 10 cm на разстояние до 80 cm от оста на колоната. Натоварването е приложено централно върху колоната.

Табл .4.4. Изчислителни константи на бетон клас C20/25, моделиран като нелинейно пластичен материал

Модел на материала бетон C20/25
Линейно изотропен
Модул на Юнг - $E_c=3.10^7\text{ kN/m}^2$
Коефициент на Поасон - $\nu=0.2$

Модул на Юнг за бетон в опънна зона – съгласно Bazant [49]: $E_t = \frac{69.9.E_c}{56.7+f_t'}\text{, psi}$;

или $E_t=4.6 \times 10^6\text{ kN/m}^2$.

Бетон в опънна зона

1. Коефициент за пренасяне на срязване при отваряне на пукнатина (β_t)	0,2
2. Коефициент за пренасяне на срязване при затваряне на пукнатина (β_t)	0,9
3. Осово опънно напрежение при напукване (f_r)	$2\ 800\text{ kN/m}^2$
4. Осово напрежение при разрушаване (f_c)	-1

Бетон в натискова зона

1. Коефициент за пренасяне на срязване при отваряне на пукнатина (β_t)	0,2
2. Коефициент за пренасяне на срязване при затваряне на пукнатина (β_t)	0,9
3. Осово опънно напрежение при напукване (f_r)	-1
4. Осово напрежение при разрушаване (f_c)	$28\ 000\text{ kN/m}^2$

Модел MC4

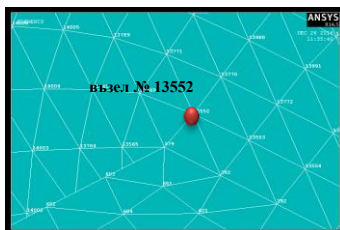
При модел MC4 бетонът за плочата е моделиран с пластичен материален модел, бетонът за колоната – линейно-еластичен, а армировъчната стомана е моделирана с билинеен материален модел. Материалните характеристики на бетона са дадени в табл.4.4, а тези на стоманата - в табл. 4.3б). Предвидено е армировъчната стомана да е с диаметър 12 mm през 20 cm . Натоварването е приложено централно върху колоната.

4.3.3. Резултати от статичния анализ на изчислителните модели.

На фигура фиг. 4.18 е показано местоположението на изследвания възел №13552 за изчислителни модели MC1, MC2 и MC3.

На фигура фиг. 4.36 е показано местоположението на възел №3749 за изчислителен модел MC4.

Изследваните възли имат еднакви координати, като се различава само тяхната номерация.



Фиг. 4.18. Местоположение на възел №13552

4.3.3.1. Модел МС1 – линейно – еластичен материален модел на бетона и армировъчната стомана.

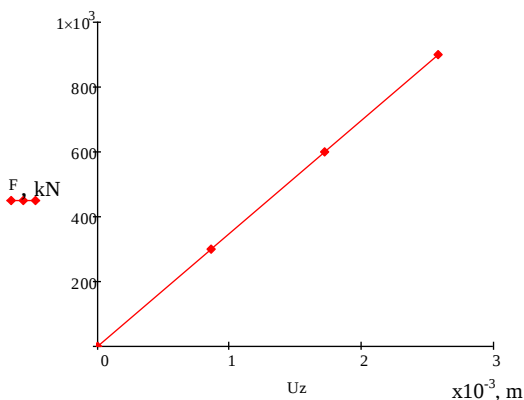
В табл. 4.5а), 4.5б) и на фиг. 4.19 са показани в табличен и графичен вид резултатите от статичния анализ на модел МС1 – линейно-еластични материални модели на бетона и армировъчната стомана. Показани са резултати за стойностите на преместванията u_z , нормалните напрежения σ_x и σ_y , тангенциалните напрежения τ_{xz} и τ_{yz} , както и за трите главни напрежения. Зависимостта натоварване-преместване е линейна. На фигура фиг. 4.19 е изобразена зависимостта натоварване – премествания във възел № 13552 от плочата.

Табл. 4.5а). Резултати от статичния анализ на модел МС1 – премествания, нормални и тангенциални напрежения.

Натоварване	Преместване $u_z \cdot 10^{-3}, m$	Нормални напрежения $\sigma_x, kN/m^2$	Нормални напрежения $\sigma_y, kN/m^2$	Тангенциални и напрежения $\tau_{xz}, kN/m^2$	Тангенциални и напрежения $\tau_{yz}, kN/m^2$
300	0,942167	-7233,13	-13548,00	921,252	4269,88
600	1,884334	-14466,30	-27096,00	1842,50	8539,76
900	2,826501	-21699,40	-40644,00	2763,76	12809,64

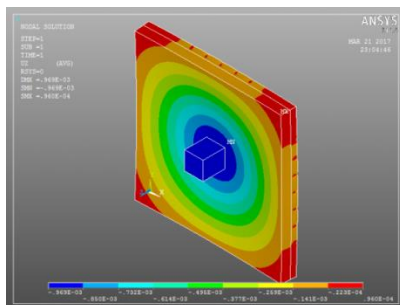
Табл. 4.5б). Резултати от статичния анализ на модел МС1-главни напрежения.

Натоварване	Главни напрежения $\sigma_1, kN/m^2$	Главни напрежения $\sigma_2, kN/m^2$	Главни напрежения $\sigma_3, kN/m^2$
300	-2034,81	-6487,19	-15877,90
600	-4069,62	-12974,4	-31755,8
900	-6104,43	-19461,6	-47633,7

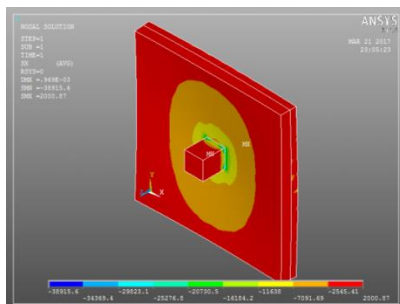


Фиг. 4.19. Зависимостта натоварване - премествания за модел МС1 във възел №13552 от плочата.

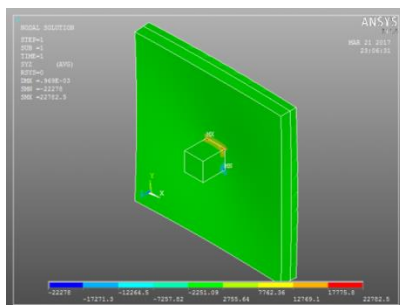
На фигури, фиг. 4.20, 4.21 и 4.22 са показани чрез изолинии съответно разпределението на преместванията u_z , нормалните напрежения σ_x и тангенциалните напрежения τ_{yz} .



Фиг. 4.20. Разпределение на преместванията за модел MC1 при натоварване $F=300$ кN.



Фиг. 4.21. Разпределение на нормалните напрежения σ_x за модел MC1 при натоварване $F=300$ кN.



Фиг. 4.22. Разпределение на тангенциалните напрежения τ_{yz} за модел MC1 при натоварване $F=300$ кN.

4.3.3.2. Модел MC2 – мултилинейно – еластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана.

В таблици табл. 4.6а) и 4.6б) и на фигура фиг. 4.25 са показани в табличен и графичен вид резултатите от статичния анализ на модел MC2 – мултилинейно -

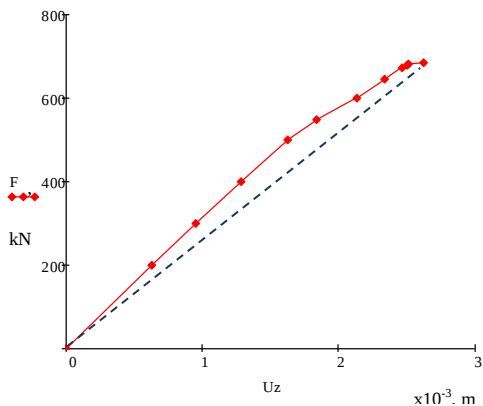
еластичен материален модел на бетона и би-линена работна диаграма на армировъчната стомана. Показани са резултати за стойностите на преместванията u_z , нормалните напрежения σ_x и тангенциалните напрежения τ_{yz} . Зависимостта натоварване-преместване е линейна до натоварване от 684 kN. На фигура фиг. 4.25 е изобразена зависимостта натоварване – премествания за възел №13552 от плочата. На фигури, фиг. 4.26 и 4.27 е показано разпределението на преместванията u_z .

Табл. 4.6а). Резултати от статичния анализ на модел MC2-премествания, нормални и тангенциални напрежения.

Натоварване	Преместване $u_z \times 10^{-3}$, m	Нормални напрежения σ_x , kN/m ²	Нормални напрежения σ_y , kN/m ²	Тангенциални напрежения τ_{xz} , kN/m ²	Тангенциални напрежения τ_{yz} , kN/m ²
200	0,630518	-4896,05	-8527,80	618,233	2597,96
300	0,953287	-7402,18	-12592,70	887,046	3741,71
400	1,282680	-9703,42	-15592,70	1169,89	4527,79
500	1,162629	-12129,90	-17311,40	1435,25	4750,51
550	1,836130	-13308,80	-14603,30	1432,67	3155,79
600	2,121670	-12368,60	-10102,00	986,602	299,359
650	2,331720	-13714,40	-10629,10	1206,16	214,472
672,5	2,465430	-14560,90	-10912,70	1370,93	145,356
679,37	2,501410	-14773,40	-10933,40	1412,66	126,364
682,81	2,518900	-14854,60	-10943,60	1429,91	119,361
684	2,621680	-14854,60	-9100,04	1965,42	261,547

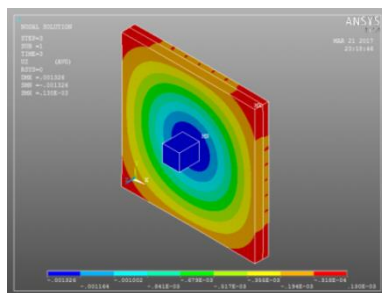
Табл. 4.6б). Резултати от статичния анализ на модел MC2-главни напрежения.

Натоварване	Главни напрежения σ_1 , kN/m ²	Главни напрежения σ_2 , kN/m ²	Главни напрежения σ_3 , kN/m ²
200	-1295,56	-4372,99	-9985,78
300	-1910,02	-6690,79	-14558,70
400	-2450,98	-8755,12	-18112,20
500	-2745,35	-10863,12	-20153,80
550	-2193,99	-11583,60	-17196,90
600	-325,821	-8463,80	-14088,50
650	-334,175	-8896,53	-15556,00
672,5	-342,282	-9092,96	-16515,60
679,37	-346,871	-9099,13	-16749,80
682,81	-350,235	-9102,62	-16855,60
684	-413,015	-6152,56	-18098,40

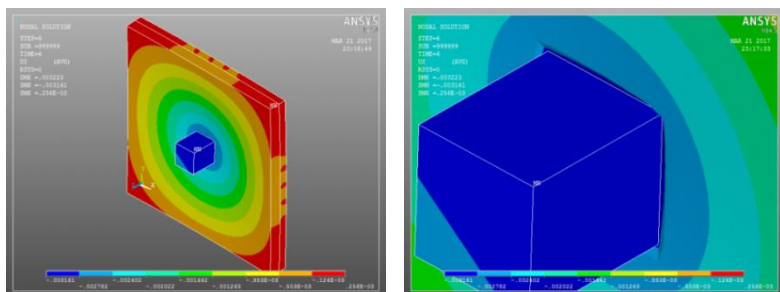


Фиг. 4.25. Зависимостта натоварване-премествания за модел MC2 във възел №13552 от плочата.

Преместванията u_z са показани чрез изолинии както следва: на фигура, фиг. 4.26 при натоварване от 400 kN, а на фигура, фиг.4.27 – при натоварване от 684 kN.



Фиг. 4.26. Разпределение на преместванията за модел MC2 при натоварване $F=400 \text{ kN}$.



Фиг. 4.27. Разпределение на преместванията за модел MC2 при натоварване $F=684 \text{ kN}$ и детайл на контактната зона на колоната и плочата.

4.3.3.3 Модел МС3 – пластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана, надлъжна армировка N16 – мрежа 10cm/10 cm.

Модел МС4 – пластичен материален модел на бетона и би-линеен модел на армировъчната стомана, надлъжна армировка N12 – мрежа 20cm/20 cm.



Фиг.4.36. Местоположение на възел 2749 - модел (МС4)

В табл. 4.7а) и на фиг. 4.37 са показани в табличен и графичен вид резултатите от статичния анализ на модел МС3 – пластичен материален модел на бетона и би-линейна работна диаграма на армировъчната стомана и надлъжна горна армировка – мрежа от N16, 10cm/10 cm. На фигура, фиг. 4.36 е изобразена зависимостта натоварване – премествания за възел № 13552 от плочата на изчислителен модел МС3. На фигура, фиг. 4.39 е показано разпределението на преместванията u_z при натоварване от 400,2 kN. На фигура, фиг. 4.55 е показано разположението на образувалите се пукнатини в повърхности с координати по z съответно 0,00; 0,04; 0,08; 0,12; 0,16 и 0,20 m за изчислителен модел МС3. Внезапното образуване на пукнатини става при натоварване от 400,2 kN.

Табл. 4.7а). Резултати от статичния анализ на модел МС3-главни напрежения.

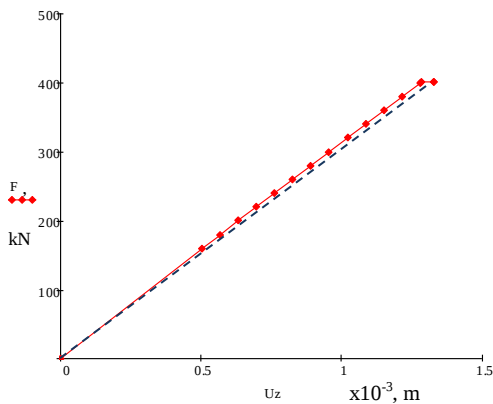
Натоварване, kN	Главни напрежения σ_y , kN/m ²	Главни напрежения σ_z , kN/m ²	Главни напрежения σ_{ϕ} , kN/m ²
160	-1085,71	-3460,55	-8471,61
180	-1221,31	-3894,20	-9530,40
200	-1357,35	-4328,12	-10591,70
220	-1494,63	-4762,95	-11658,30
240	-1630,11	-5197,64	-12718,80
260	-1767,44	-5634,34	-13789,40
280	-1904,60	-6073,94	-14862,00
300	-2040,51	-6508,17	-15923,90
320	-2177,56	-6962,61	-17018,30
340	-2314,62	-7399,58	-18088,50
360	-2451,51	-7836,19	-19155,80
380	-2588,00	-8272,22	-20223,60
400	-2720,22	-8715,32	-21253,80
400,2	-2721,57	-8719,67	-21264,60

Разгледан е и изчислителен модел МС4, като при него е възприет пластичен материален модел на бетона и би-линейна работна диаграма на армировъчната стомана – както при изчислителен модел МС3, но процентът на армиране на надлъжната горна армировка е по-малък от този при модел МС3, а именно: мрежа от N12, 20cm/20cm. На практика при този изчислителен модел не се отчита влиянието на надлъжната армировка. В таблица, табл. 4.8а) и на фигура, фиг. 4.38 са показани в табличен и графичен вид резултатите от статичния анализ на модел МС4. Зависимостта натоварване-преместване е линейна до натоварване от 353,10 kN и нелинейна след това.

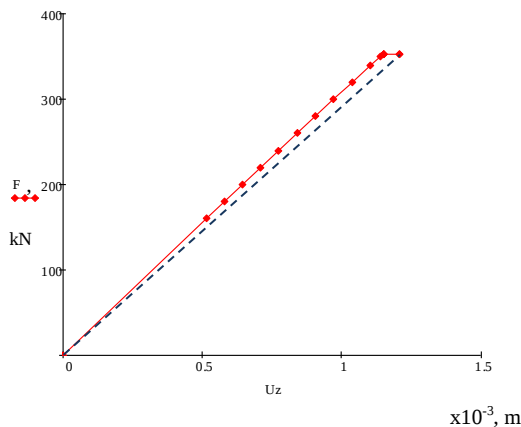
На фигура, фиг. 4.56 е показано разположението на образувалите се пукнатини в повърхности с координати по z съответно $0,00$; $0,04$; $0,08$; $0,12$; $0,16$ и $0,20$ m за изчислителен модел MC4. Внезапното образуване на пукнатини при този изчислителен модел става при натоварване от $353,10$ kN.

Табл. 4.8a). Резултати от статичния анализ на модел MC4-главни напрежения.

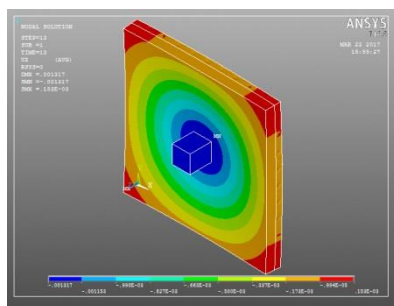
Натоварване, kN	Преместване $\times 10^{-3}$, m	Главни напрежения σ_y , kN/m ²	Главни напрежения σ_z , kN/m ²	Главни напрежения σ_x , kN/m ²
160	0,512797	-704,925	-3434,88	-7655,50
180	0,577867	-794,173	-3866,59	-8623,95
200	0,642836	-883,784	-4299,21	-9596,77
220	0,707564	-972,361	-4730,13	-10558,00
240	0,772555	-1061,24	-5162,46	-11521,60
260	0,839354	-1150,91	-5603,57	-12490,80
280	0,905143	-1239,89	-6035,62	-13454,20
300	0,970669	-1328,39	-6468,77	-14412,60
320	1,036570	-1417,06	-6900,77	-15373,20
340	1,101990	-1506,61	-7333,64	-16345,30
350	1,137770	-1559,96	-7623,64	-16958,30
352,50	1,148540	-1642,93	-8131,35	-17527,90
352,80	1,149550	-1644,39	-8138,56	-17543,50
353,10	1,150570	-1645,84	-8145,76	-17559,00
353,20	1,207680	-1585,16	-8574,00	-18657,30



Фиг. 4.37. Зависимостта натоварване -премествания за модел MC3 във възел №13552 от плочата.



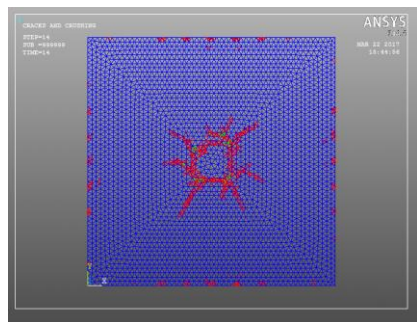
Фиг. 4.38. Зависимостта натоварване-премествания за модел *MC4* във възел възел №2749 от плочата.



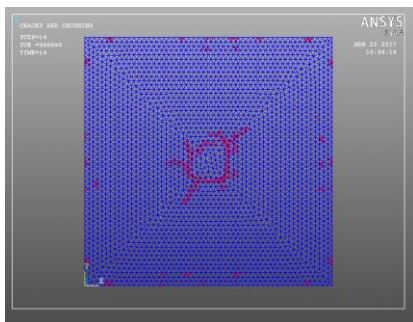
Фиг. 4.39. Разпределение на преместванията за модел *MC3* при натоварване $F=400$ kN.

При изчислителен модел *MC3*, на разстояние 5,5 cm. от ръба на колоната абсолютна стойност главните напрежения намалява със 133% при натоварване от 400kN.

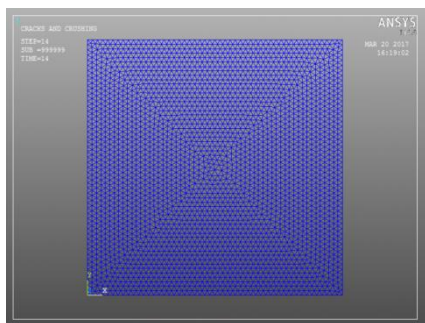
За изчислителен модел *MC4*, при разглеждано натоварване от 353,10 kN – стъпка, непосредствено преди внезапното образуване на пукнатини, абсолютна стойност на главните напрежения на разстояние 5,5 cm. от ръба на колоната намалява със 50% .



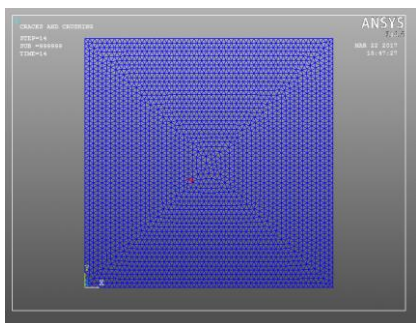
а)



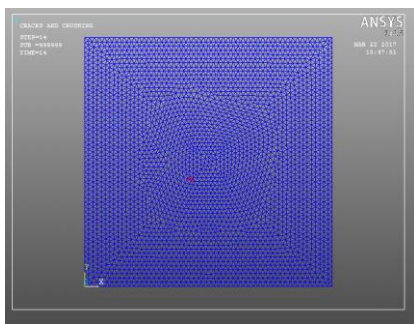
б)



в)



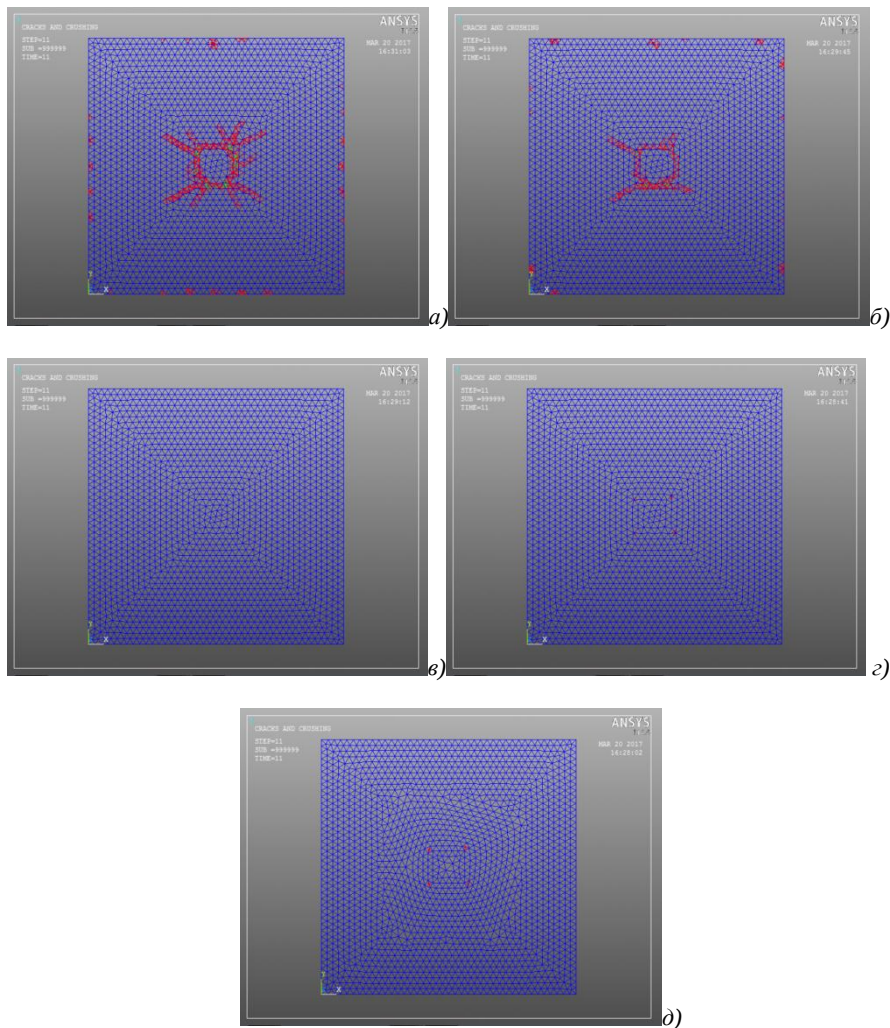
г)



д)

Фиг. 4.55. Разпространение на пукнатините по височина на сечението при модел МС3
в повърхнината с:

- а) $z=0,00-0,04$.; б) $z=0,04-0,08$ м.; в) $z=0,08-0,12$ м.; г) $z=0,12-0,16$ м;
д) $z=0,16-0,20$ м;



Фиг. 4.56. Разпространение на пукнатините по височина на сечението при модел MC4 в повърхнина с:

- a) $z=0,00-0,04$ m; б) $z=0,04-0,08$ m; в) $z=0,08-0,12$ m; г) $z=0,12-0,16$ m;
 д) $z=0,16-0,20$ m;

4.3.4. Изводи.

При изследването на втори изчислителен модел (MC2) граничната сила е малко над 684 kN. Напреженията, преместванията и деформациите при мултилинейно-еластичния материален модел на бетона (MC2) са близки до тези при линейно-еластичния материален модел на бетона (MC1).

При изследването на третия изчислителен модел (МС3) се наблюдава крехко разрушение с образуване на пукнатини, първоначално по горната свободна повърхност–опънната зона на плочата и достигат до контакта колона-плоча – натисквата зона на плочата. Силата, при която се наблюдава внезапното образуване на пукнатини е около 400 kN. Разпространението на пукнатините е диагонално. Преместванията u_z във възел № 13552 от плочата при линейно-еластичния материален модел (модел МС1) са близки по стойност на преместванията u_z в същия възел при пластичния материален модел на бетона (Модел МС3).

От направения статичен анализ изчислителния модел МС 3 се вижда, че силата, при която се образуват диагонални пукнатини по горната повърхност на плочата, а също така и пукнатини в плочата, близо до контакта колона-плоча и около 400 kN.

Стойността на продънващата сила, определена по ЕВРОКОД 2 - БДС EN1992-1 е с 18% по-ниска от получената стойност от числения експеримент. Стойността на продънващата сила, определена по АСІ 318-1 и DIN 1045-1 е с около 31 - 35% по-ниска от получената стойност от числения експеримент. Стойността на продънващата сила, определена съгласно BS 8110:97 е еднаква с получената стойност от числения експеримент. При определената стойност на продънващата сила по СНиП 52-01-2003, тази разлика достига до 45%.

От направения статичен анализ изчислителния модел МС 4 се вижда, че силата, при която се образуват диагонални пукнатини по горната повърхност на плочата, а също така и пукнатини в плочата, близо до контакта колона-плоча и около 353 kN.

Стойността на продънващата сила, определена по ЕВРОКОД 2 - БДС EN1992-1, DIN 1045-1, BS 8110:97 е с около 44-53 % по-ниска от получената стойност от числения експеримент. Същевременно стойността на продънващата сила, определена по АСІ 318-1, НПБСК'88 и СН и П 52-01-2003 е с 8 - 28% по – ниска от получената от числения експеримент стойност.

Стойностите на продънващата сила с изключение на изчислената стойност по СНиП 52-01-2003 са по - близки до резултатите от числения експеримент за модел МС3–с отчитане влиянието на надлъжната армировка, като разликите достигат до 35%, с изключение на определената стойност по СНиП 52-01-2003.

Стойностите на продънващата сила, получена съгласно нормите, при които не се отчита влиянието на надлъжната армировка клонят към резултатите от анализа на изчислителния модел с по-малък процент на надлъжна армировка, докато стойностите на продънващата сила, получена съгласно препоръките на нормите, отчитащи влиянието на надлъжната армировка клонят към резултатите от анализа на изчислителния модел с по-висок процент на надлъжна армировка.

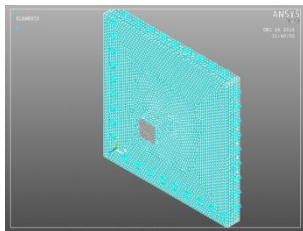
ГЛАВА 5

НЕЛИНЕЙНИ МОДЕЛИ НА РЕАГИРАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА ПРИ ДИНАМИЧНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ.

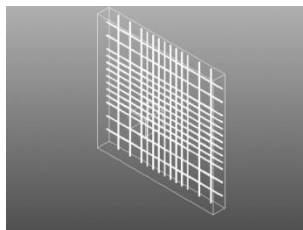
5.1. ПРЕДЛАГАНА МЕТОДИКА.

5.1.1. Изчислителен модел.

За изследване на напрегнато и деформирано състояние на конструктивната връзка колона-гладка плоча при динамични въздействия е изграден изчислителен модел в програмен продукт ANSYS (фиг.5.1). Бетонната плоча и колоната са дискретизирани с краен елемент SOLID65. Армировъчната стомана е дискретизирана с краен елемент BEAM188 (фиг.5.2), като е моделирана съвместната работа между бетона и армиравъчната стомана.



Фиг. 5.1. Изчислителен модел.



Фиг.5.2. Разположение на армировката.

Бетонът и армировъчната стомана са моделирани с линейно-еластични материални модели. Материалните характеристики на бетона и стоманата са дадени в табл.4.2 в Глава 4. Предвидено е армировъчната стомана да е с диаметър 16 mm. , съгъстена симетрично през 10 cm. на разстояние до 80 cm. от оста на колоната. Въздействията са приложени централно върху колоната.

5.1.2. Описание на видовете динамични въздействия при извършване на динамичния анализ.

За изследване на динамичното реагиране на структурата под въздействието на променливи във времето товари е използван *Transient* или *Time-history* анализ. Този вид анализ се прилага за определяне на зависимости от времето премествания, деформации, напрежения и усилия. Този метод ни дава поведението и реагирането на конструкцията във всеки един момент от време. Основава се на директно интегриране на уравненията на движение на точките от конструкцията [43].

Основните зависимости за цялата система в Метода на крайните елементи при задачи за изследване на динамичното реагиране на структурите имат вида (5.1):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\}, \quad (5.1)$$

Линеен динамичен анализ

При линейният динамичен анализ външния товар е пропорционален на възловото преместване и матрицата на коравина остава константа (5.2):

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F^a(t)\}, \quad (5.2)$$

където:

$\{F^a(t)\}$ – вектор на приложените възловите сили.

Нелинеен динамичен анализ

При нелинейният динамичен анализ външното натоварване вече не е правопрпорционално на възловото преместване и матрицата на коравина зависи от преместването (5.3):

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + \{F^i(t)\} = \{F^a(t)\}, \quad (5.3)$$

където:

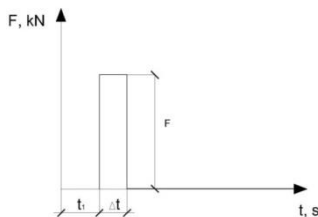
$\{F^i(t)\}$ – вектор на вътрешните възлови сили

5.1.2.1. Свободни трения.

Системата уравнения за равновесие, описваща свободните трения на система с краен брой степени на свобода без отчитане на съпротивителните сили (5.4):

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = 0, \quad (5.4)$$

5.1.2.2. Импулсно въздействие.

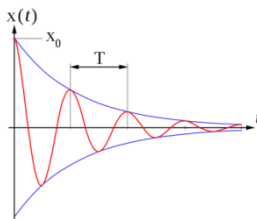


Фиг. 5.3. Импулсно въздействие.

При продължително въздействие на сила за кратък, но ограничен интервал от време, говорим за импулсна сила. На фиг. (5.3) е показана сила с магнитуд F , действаща във времевия интервал с продължителност Δt . Силата F запазва стойността си постоянна за времевия интервал Δt , след което се анулира.

На фиг. 5.4 е показана сила $F(t) = \frac{1}{\Delta t}$, действаща с продължителност Δt и с начало на действието t_1 . Когато стойността на Δt клони към нула, то големината на силата клони към безкрайност, въпреки това, магнитудът на импулса, дефиниран с интеграл на $F(t)$ по времето остава равен на единица. Такава сила в частен случай при $\Delta t \rightarrow 0$ е единица импулс. [56]

5.1.2.3. Принудени хармонични трептения.



Фиг.5.5. Принудени хармонични затихващи трептения

Уравнението за равновесие, описващо принудените третения на система с краен брой степени на свобода при отчитане на съпротивителните сили има вида (5.11) и без отчитане на съпротивителните сили (5.12):

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F(t)\}, \quad (5.11)$$

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = \{F(t)\}, \quad (5.12)$$

$$\eta = \frac{\theta}{\omega}.$$

5.2. ОПИСАНИЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛНИЯ МОДЕЛ.

5.2.1. Геометрични и материални характеристики.

За изследване на напрегнато и деформирано състояние на конструктивната връзка колона-гладка плоча при динамични въздействия е изграден изчислителен модел в програмен продукт ANSYS. За моделиране на поведението на бетона е използван краен елемент SOLID65, а за моделиране на поведението на армировъчната стомана – BEAM188, като е осигурена и съвместната работа на бетона и армировката. Плочата е подпърна по контура, на нивото на горната армировка и в общи възли за крайните елементи SOLID65 и BEAM188, ограничени са преместванията в тези възли по направление на осите x , y и z .

При изграждането на изчислителните модели са приети следните параметри:

Геометрични характеристики:

- Размери на плочата - 2,00m/2,00 m;
- Дебелина на плочата – 0,20 m;
- Остта на армировъчната мрежа е на разстояние 0,04 m. от горната повърхност на плочата
- Размери на колоната 0,25m/0,25 m.

Материални характеристики:

- Бетон клас C20/25 съгласно ЕВРОКОД 2, с изчислителни характеристики:
 $f_{ck}=20 \text{ MPa}$; $f_{ck, cube}=25 \text{ MPa}$; $f_{cm}=28 \text{ MPa}$;
 $\epsilon_{c1}=2\%$; $\epsilon_{cu1}=3,5\%$;
 $E_{cm}=30 \text{ GPa}$.
- Стомана клас B500B, с изчислителни характеристики:
 $f_{yk}=500 \text{ MPa}$; $f_{yd}=435 \text{ MPa}$; $E_s=200 \text{ GPa}$.

Бетонът и армировъчната стомана са моделирани с линейно-еластични материални модели. Материалните характеристики на бетона и стоманата са дадени в табл.4.2. Моделирана е горната армировка в зоната над колоната, като армировъчната стомана е с диаметър 16 mm., съгъстена симетрично през 10 cm. на разстояние до 80 cm. от оста на колоната. Въздействията са приложени централно върху колоната.

5.2.2. Динамичен анализ на изчислителния модел.

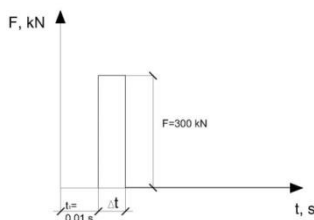
5.2.2.1. Модален анализ.

В таблица 5.1 са дадени резултатите от модалния анализ – 3 собствени честоти, отговарящи на първите три собствени форми и относителните премествания в точка А от контакта колона-плоча.

Табл. 5.1. Резултати от модалния анализ.

Собствена форма	честота f, s^{-1}	Относително преместване U_z в контакта колона – плоча
1	163,728	0,47489300
2	359,983	-0,08500470
3	360,209	-0,08285160

5.2.2.2. Изследване поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие.



Фиг.5.6. Импулсно въздействие, приложено върху изчислителния модел.

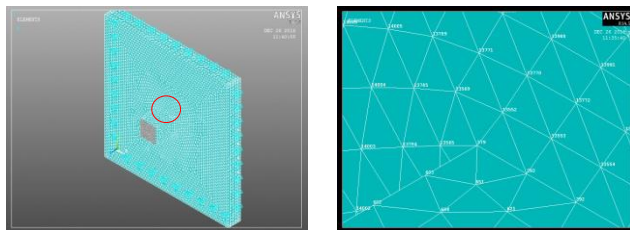
Изследвано е поведението на конструктивната връзка колона – плоча подложена на импулсно динамично въздействие. Импулсната сила е с магнитуд 300 kN . Времето t_1 , от което започва нейното действие е $0,01\text{ s}$. Времевия интервал Δt , през който продължава действието на силата е от $0,02\text{ s}$ до $0,003\text{ s}$.

Собствената честота, отговаряща на първа собствена форма е $163,728\text{ s}^{-1}$.

Периодът $T_1 = \frac{1}{f_1} = 0,006108\text{ s}$.

В таблица 5.2. са дадени резултатите за преместванията по направление на z в точка А от контакта колона – плоча при продължителност на действие на импулсната сила $\Delta t = 0,02; 0,015; 0,01; 0,0075; 0,0063; 0,006; 0,005$ и $0,003\text{ s}$.

Силата $F=300\text{ kN}$ запазва стойността си постоянна за времеви интервал Δt , след което се анулира.



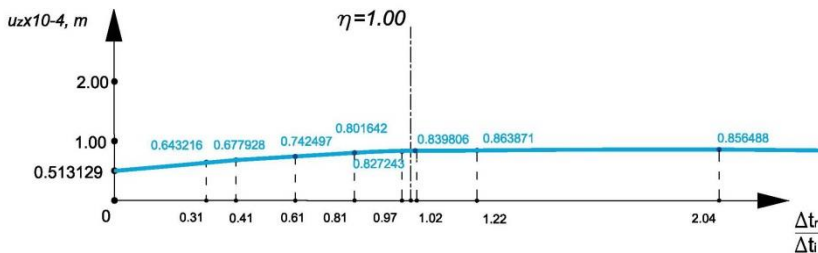
Фиг.5.7. Изчислителен модел и местоположение на изследваните възли №№ 379, 13552, 13565 и 13569.

5.2.2.2.1. Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие в ръбова (сингулярна) точка от контакта колона–плоча.

В таблица, табл. 5.2 са показани резултатите от динамичния анализ за преместванията u_z – импулсно въздействие в ръбова точка от контакта колона – гладка плоча. На фигура, фиг.5.8 е дадена зависимостта $u_z - \frac{\Delta t_r}{\Delta t_i}$ във възел №379 от контакта колона – плоча.

Табл. 5.2. Резултати от динамичния анализ – импулсно въздействие – премествания u_z във възел №379 (точка А) от контакта колона-плоча.

Въздействие	u_z, m	РАЗЛИКА, %	
	-	спрямо стат.	Спрямо предх.
Статично	0,000513129		
Динамично – импулсно:			
динамично $\Delta t=0,02 \text{ s}$	0,000643216	25,35	-
динамично $\Delta t=0,015 \text{ s}$	0,000677928	32,12	5,40
динамично $\Delta t=0,01 \text{ s}$	0,000742497	44,70	9,52
динамично $\Delta t=0,0075 \text{ s}$	0,000801642	56,23	7,97
динамично $\Delta t=0,0063 \text{ s}$	0,000827243	61,22	3,19
динамично $\Delta t=0,006 \text{ s}$	0,000839806	63,66	1,52
динамично $\Delta t=0,005 \text{ s}$	0,000863871	68,35	2,87
динамично $\Delta t=0,003 \text{ s}$	0,000856488	66,91	-0,85



Фиг. 5.8. Реагиране при импулсни въздействия – зависимостта $u_z - \frac{\Delta t_r}{\Delta t_i}$ във възел №379 от контакта колона – плоча.

$$\Delta t_r = \frac{1}{f_{I \text{ форма}}} = \frac{1}{163,728} = 0,006108 \text{ s},$$

$$\Delta t_i = 0,02; 0,015; 0,01; 0,0075; 0,0063; 0,006; 0,005 \text{ и } 0,003 \text{ s}.$$

5.2.2.2.2. Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от импулсно въздействие във възли от плочата.

В таблица, табл.5.4а) са показани резултатите за преместванията на разглежданите възли от плочата и за средните стойности за преместванията в табл. 5.4б). Местоположението на разглежданите възли е дадена на фигура, фиг. 5.7.

На фигура, фиг. 5.10 е дадено реагирането при импулсни въздействия – средна стойност за възли №№13552, 13565 и 13569 от плочата.

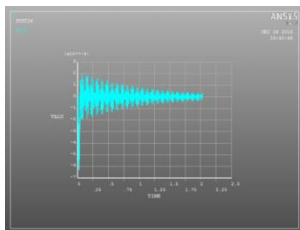
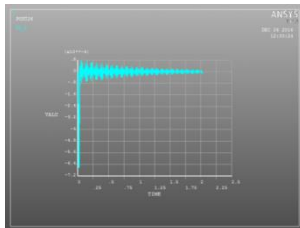
На фигура, фиг.5.9 е показана зависимостта „преместване-време“ във възел от плочата (възел №13552).

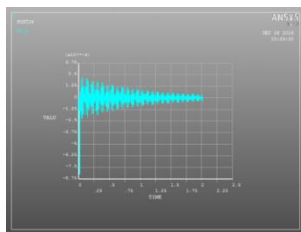
Табл. 5.4а). Резултати от динамичния анализ – импулсно въздействие – премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

Въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – импулсно:			
динамично $\Delta t=0,02$ s	0,000631364	0,000631514	0,000624251
динамично $\Delta t=0,015$ s	0,000666141	0,000666280	0,000659021
динамично $\Delta t=0,01$ s	0,000729874	0,000730016	0,000722221
динамично $\Delta t=0,0075$ s	0,000788493	0,000788608	0,000780286
динамично $\Delta t=0,0063$ s	0,000813636	0,000813760	0,000805191
динамично $\Delta t=0,006$ s	0,000826084	0,000817550	0,000826207
динамично $\Delta t=0,005$ s	0,000850186	0,000850288	0,000841523
динамично $\Delta t=0,003$ s	0,000842417	0,000842541	0,000833707

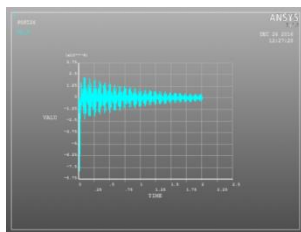
Табл. 5.4б) Резултати от динамичния анализ – импулсно въздействие – средни стойности на премествания u_z в плочата.

Въздействие	u_z , m	РАЗЛИКА, %	
	-	спрямо стат.	Спрямо предх.
Статично	0,000500481		
Динамично – импулсно:			
динамично $\Delta t=0,02$ s	0,000629043	25,69	-
динамично $\Delta t=0,015$ s	0,000663814	32,64	5,53
динамично $\Delta t=0,01$ s	0,000727370	45,33	9,57
динамично $\Delta t=0,0075$ s	0,000785796	57,01	8,03
динамично $\Delta t=0,0063$ s	0,000810862	62,02	3,19
динамично $\Delta t=0,006$ s	0,000823280	64,50	1,53
динамично $\Delta t=0,005$ s	0,000847332	69,30	2,92
динамично $\Delta t=0,003$ s	0,000839555	67,75	-0,93

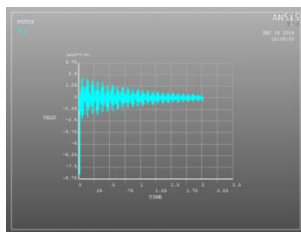
Фиг.5.9а). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t=0,02$ s.Фиг.5.9б). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t=0,015$ s.



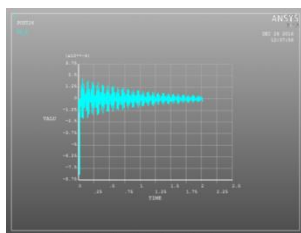
Фиг.5.9в). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,01$ s.



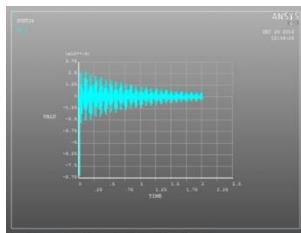
Фиг.5.9г). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,0075$ s.



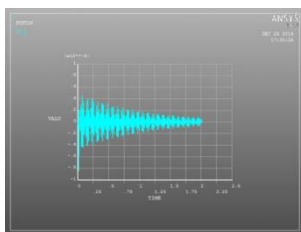
Фиг.5.9д). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,0063$ s.



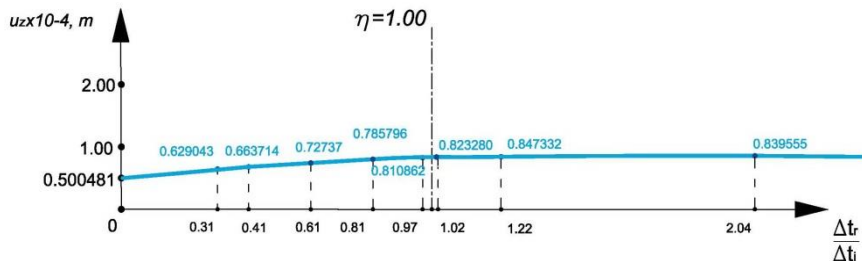
Фиг.5.9е). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,006$ s.



Фиг.5.9 ж). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,005$ s.



Фиг.5.9 з). Премествания във възел №13552 от плочата при импулсно въздействие с $\Delta t = 0,003$ s;



Фиг.5.10. Реагиране при импулсни въздействия – зависимостта $u_z - \frac{\Delta t_r}{\Delta t_i}$ - средна стойност за възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

$$\Delta t_r = \frac{1}{f_{I \text{ форма}}} = \frac{1}{163,728} = 0,006108 \text{ s},$$

$$\Delta t_i = 0,02; 0,015; 0,01; 0,0075; 0,0063; 0,006; 0,005 \text{ и } 0,003 \text{ s}.$$

5.2.2.3. Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие.

Изследвано е поведението на конструктивната връзка колона – гладка плоча от динамично въздействие изменящо се по хармоничен закон. За целите на изследването върху изчислителния модел са приложени смущения, описани със следните зависимости:

$$q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t),$$

$$\theta_i = 2 \cdot \pi \cdot \tilde{f}_i, \text{ като } \tilde{f}_i = 50, 67, 100, 133, 160, 167, 200 \text{ и } 333 \text{ s}^{-1}.$$

Коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0; 0,05; 0,005$,

и

$$q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t),$$

$$\theta_i = 2 \cdot \pi \cdot \tilde{f}_i, \text{ като } \tilde{f}_i = 50, 67, 100, 133, 160, 167, 200 \text{ и } 333 \text{ s}^{-1}.$$

Коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0$ и $0,005$.

$\tilde{f}_i$ – външна принудена честота

5.2.2.3.1. Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие в ръбова (сингулярна) точка от контакта колона – плоча.

В таблици, табл. 5.6, 5.8 и 5.10 са дадени резултатите за преместванията u_z от хармоничния анализ във възел № 379 от изчислителния модел. Приложеното въздействие е $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, с коефициенти на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0, 0,005$ и $0,05$. В таблици, табл. 5.12 и 5.14 са дадени резултатите за преместванията u_z от хармоничния анализ във възел № 379 от изчислителния модел. Приложеното въздействие е $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, с коефициенти на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0$ и $0,005$.

На фигура, фиг. 5.11 е изобразена графика на зависимостта $u_z - \eta$, като $\eta = \frac{\theta_i}{\omega} = \frac{\tilde{f}_i}{f_1}$ на възел №379 от контакта колона-гладка плоча.

Табл. 5.6. Резултати от динамичния анализ- премествания u_z във възел № 379 (точка А) от контакта колона-плоча въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0$.

въздействие	$u_z, \text{ m}$		РАЗЛИКА, % спрямо стат.
	-	+	
Статично	0,000513129		
Динамично – хармонично			
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$	-	-	-
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t)$	0,000842831	0,000841949	64,25
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$	-	-	-
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t)$	0,00345082	0,00344453	572,51
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t)$	0,00674597	0,00666213	1214,67
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t)$	0,00368123	0,00366274	617,41
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t)$	0,00107632	0,00107277	109,76
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t)$	-	-	-

Табл. 5.8. Резултати от динамичния анализ- премествания u_z във възел № 379 (точка А) от контакта колона-плоча, въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$.

въздействие	$u_z, \text{ m}$		РАЗЛИКА, %	
	-	+	спрямо стат.	Спрямо предх.
Статично	0,000513129			
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$	0,000722318	0,000717816	40,77	-
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t)$	0,000809322	0,000813971	57,72	12,05
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$	0,00122067	0,001225002	137,89	50,83
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t)$	0,00317255	0,00333976	518,28	159,90
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t)$	0,00629873	0,00621289	1127,51	98,54
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t)$	0,00341368	0,00337901	565,27	-84,51
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t)$	0,000933966	0,000992387	82,01	-265,50
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t)$	0,000272545	0,000236704	-46,89	-242,68

Табл. 5.10. Резултати от динамичния анализ- премествания u_z във възел № 379 (точка А) от контакта колона-плоча, въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,05$.

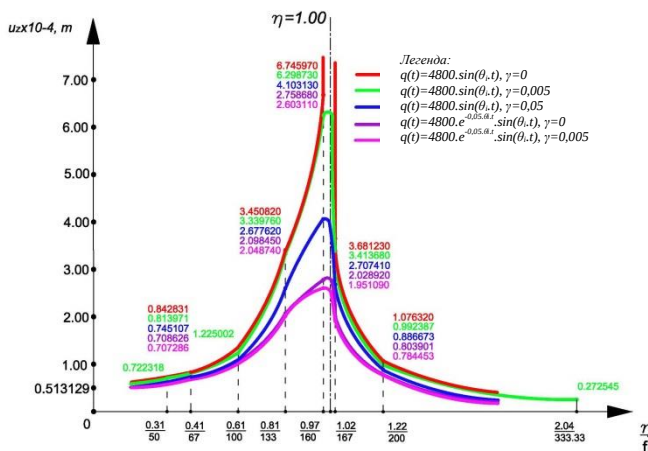
въздействие	u_z, m		РАЗЛИКА, % спрямо стат.
	-	+	
статично	0,000513129		
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000745107	0,00070483	45,21
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00267762	0,00265871	421,82
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,00410313	0,00409984	699,63
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,00270741	0,00268295	427,63
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,00085739	0,000886673	67,09
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-	-

Табл. 5.12. Резултати от динамичния анализ- премествания u_z във възел № 379 (точка А) от контакта колона-плоча, въздействие $q(t)=q.e^{-0,05.\theta_r.t}.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0$.

въздействие	u_z, m		РАЗЛИКА, % спрямо стат.
	-	+	
статично	0,000513129		
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.50.t}.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.67.t}.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000708626	0,000487731	38,10
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.100.t}.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.133.t}.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00202802	0,00209845	295,23
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.160.t}.\sin(2.\pi.160.t)$	0,00274877	0,00275868	435,69
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.167.t}.\sin(2.\pi.167.t)$	0,00200575	0,00202892	290,89
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.200.t}.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000789812	0,000803901	53,92
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.333.t}.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-	-

Табл. 5.14. Резултати от динамичния анализ- премествания u_z във възел № 379 (точка А) от контакта колона-плоча въздействие $q(t)=q.e^{-0,05.\theta_r.t}.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,005$.

въздействие	u_z, m		РАЗЛИКА, % спрямо стат.
	-	+	
статично	0,000513129		
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.50.t}.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.67.t}.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000707286	0,000484377	37,84
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.100.t}.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.133.t}.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00196354	0,00204874	282,66
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.160.t}.\sin(2.\pi.160.t)$	0,00259031	0,00260311	404,81
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.167.t}.\sin(2.\pi.167.t)$	0,00195109	0,00192811	280,23
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.200.t}.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000777648	0,000784453	51,55
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.333.t}.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-	-



Фиг. 5.11. Реагиране при хармонични въздействия – зависимостта u_z - η във възел № 379 от контакта колона – плоча.

5.2.2.3.2. Изследване на поведението на конструктивната връзка колона – плоча от хармонично въздействие във възли от плочата.

В таблици, табл. 5.16, 5.18 и 5.20 са дадени резултатите за преместванията u_z от хармоничния анализ във възли №№ 13552, 13565 и 13569 от изчислителния модел. Приложеното въздействие е $q(t) = q \cdot \sin(\theta_r t)$, с коефициенти на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0, 0.005$ и 0.05 . В таблици, табл. 5.22 и 5.24 са дадени резултатите за преместванията u_z от хармоничния анализ във възли №№ 13552, 13565 и 13569 от изчислителния модел. Приложеното въздействие е $q(t) = q \cdot e^{-0.05 \cdot \theta_r t} \cdot \sin(\theta_r t)$, с коефициенти на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0$ и 0.005 .

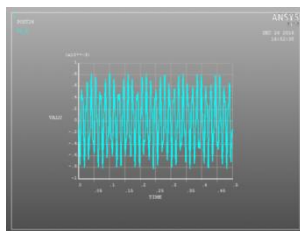
На фигури, фиг. 5.12, фиг. 5.13 и фиг. 5.14 е показана зависимостта „преместване-време“ във възел от плочата (възел №13552) от хармонични смущения $q(t) = q \cdot \sin(\theta_r t)$ и стойности на коефициента на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0, 0.005$ и 0.05 . На фигури, фиг. 5.15 и фиг. 5.16 е показана зависимостта „преместване-време“ във възел от плочата (възел №13552) от хармонични смущения $q(t) = q \cdot e^{-0.05 \cdot \theta_r t} \cdot \sin(\theta_r t)$ и стойности на коефициента на затихване на амплитудата съответно $\gamma = 0, 0.005$ и 0.05 .

Табл. 5.16а). Резултати от динамичния анализ – хармонично въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_r t)$, $\gamma = 0$ - премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

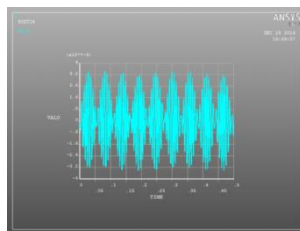
въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – хармонично			
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$	-	-	-
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t)$	0,000829157	0,000828683	0,000820623
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$	-	-	-
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t)$	0,003414390	0,003414230	0,0033882
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t)$	0,006694490	0,006693600	0,0066524
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t)$	0,003656260	0,003655670	0,00363477
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t)$	0,001072600	0,001072302	0,00106774
$q(t) = 4800 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t)$	-	-	-

Табл. 5.16.б) Резултати от динамичния анализ - хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0$ – средни стойности на премествания u_z в плочата.

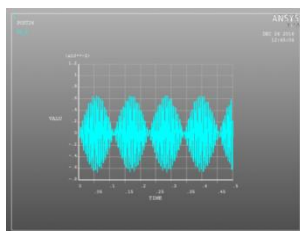
въздействие	u_z, m	РАЗЛИКА, %
	-	прямо стат.
статично	0,000500481	
Динамично – хармонично		
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000826154	65,07
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,003405607	580,47
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,006680163	1234,75
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,003648900	629,08
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,001070887	113,97
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-



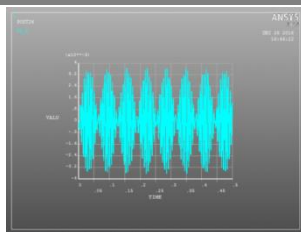
Фиг.5.12а). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_t=67 \text{ s}^{-1}$.



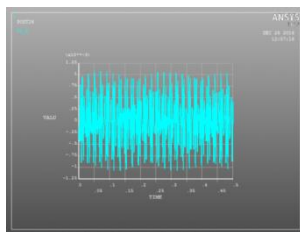
Фиг.5.12б). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_t=133 \text{ s}^{-1}$;



Фиг.5.12в). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_t=160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.12a). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_p.t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_1=167\text{ s}^{-1}$.



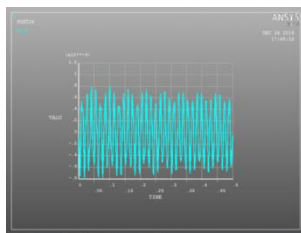
Фиг.5.12b). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_p.t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_1=200\text{ s}^{-1}$

Табл. 5.18a). Резултати от динамичния анализ – хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_p.t)$, $\gamma=0,005$ - премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

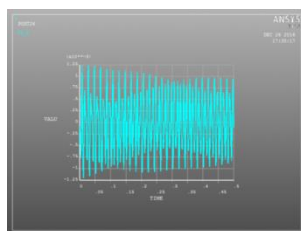
въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	0,000709836	0,00070997	0,000702188
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000800819	0,000800965	0,000792699
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	0,00123346	0,00123354	0,00122254
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00330463	0,00330449	0,00327944
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,00625036	0,00624951	0,00621076
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,00338986	0,00338937	0,00336952
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,00098977	0,00098941	0,00098568
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	0,000257552	0,00025785	0,000248057

Табл. 5.18.б) Резултати от динамичния анализ - хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_p.t)$, $\gamma=0,005$ – средни стойности на премествания u_z в плочата.

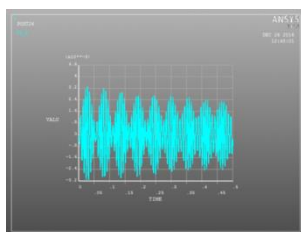
въздействие	$u_z, \text{ m}$	РАЗЛИКА, %	
	-	спрямо стат.	спрямо предх.
статично	0,000500481		
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	0,000707331	41,33	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000798161	59,48	12,84
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	0,001229847	145,73	54,09
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,003296187	558,60	168,02
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,006236877	1146,18	89,21
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,003382917	575,93	-83,97
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000988287	97,47	-242,41
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	0,000254486	-49,15	-288,98



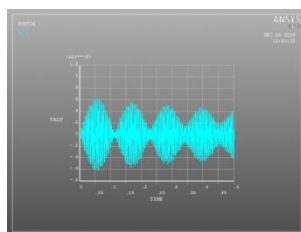
Фиг.5.13 а). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=50\text{ s}^{-1}$.



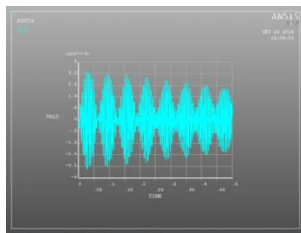
Фиг.5.13б). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=67\text{ s}^{-1}$.



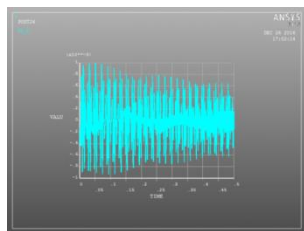
Фиг.5.13в). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=133\text{ s}^{-1}$.



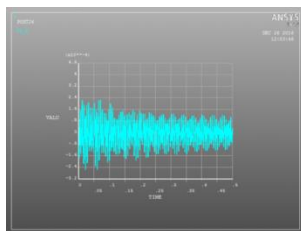
Фиг.5.13г). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=160\text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.13д). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_l=167\text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.13е). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_l=200\text{ s}^{-1}$



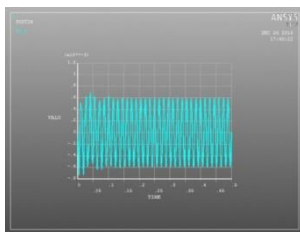
Фиг.5.13ж). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1.t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_l=333\text{ s}^{-1}$

Табл. 5.20.а). Резултати от динамичния анализ – хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1.t)$, $\gamma=0,05$ - премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

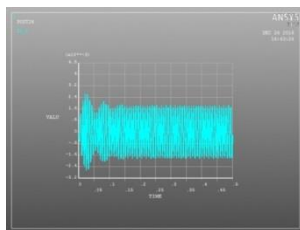
въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000732697	0,000732826	0,000725058
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00264879	0,00264872	0,00262829
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,0040734	0,00407281	0,00404847
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,0026897	0,00268924	0,00267409
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000885402	0,000885094	0,000882413
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-	-

Табл. 5.20.б) Резултати от динамичния анализ - хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,05$ – средни стойности на премествания u_z в плочата.

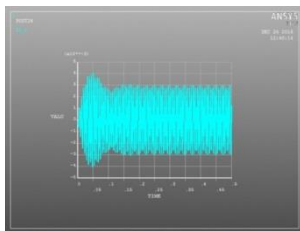
въздействие	u_z, m	РАЗЛИКА, %
	-	спрямо стат.
статично	0,000500481	
Динамично – хармонично		
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000732697	45,90
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.133.t)$	0,002648790	427,88
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.160.t)$	0,004073400	712,20
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.167.t)$	0,002689700	436,35
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000885402	76,69
$q(t)=4800.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-



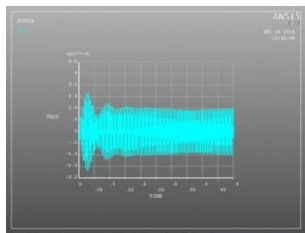
Фиг.5.14а). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,05$ при $\tilde{f}_1=67 \text{ s}^{-1}$.



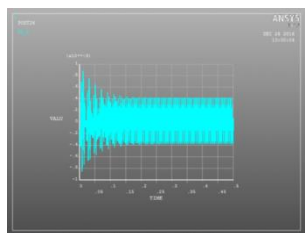
Фиг.5.14б). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,05$ при $\tilde{f}_1=133 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.14в). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_r.t)$, $\gamma=0,05$ при $\tilde{f}_1=160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5. 14г). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1 t)$, $\gamma=0,05$ при $\tilde{f}_1=167 \text{ s}^{-1}$.



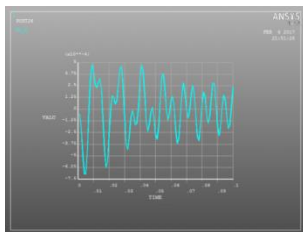
Фиг.5.14д). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q.\sin(\theta_1 t)$, $\gamma=0,05$ при $\tilde{f}_1=200 \text{ s}^{-1}$.

Табл. 5.22.а). Резултати от динамичния анализ – хармонично въздействие $q(t)=q.e^{-0,05.\theta_1 t}.\sin(\theta_1 t)$, $\gamma=0$ - премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569

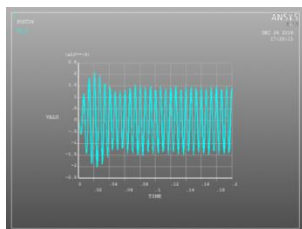
въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
Статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.50.t}.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.67.t}.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000696714	0,000696839	0,000689418
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.100.t}.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.133.t}.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00207782	0,0020626	0,00207771
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.160.t}.\sin(2.\pi.160.t)$	0,00273523	0,00273498	0,00271739
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.167.t}.\sin(2.\pi.167.t)$	0,00201238	0,00201216	0,00199921
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.200.t}.\sin(2.\pi.200.t)$	0,000797933	0,000797805	0,000792742
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.333.t}.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-	-

Табл. 5.22.б) Резултати от динамичния анализ - хармонично въздействие $q(t)=q.e^{-0,05.\theta_1 t}.\sin(\theta_1 t)$, $\gamma=0$ – средни стойности на премествания u_z в плочата

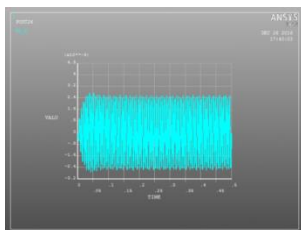
въздействие	u_z, m	РАЗЛИКА, %
	-	спрямо стат.
Статично	0,000500481	
Динамично – хармонично		
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.50.t}.\sin(2.\pi.50.t)$	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.67.t}.\sin(2.\pi.67.t)$	0,000694324	38,73
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.100.t}.\sin(2.\pi.100.t)$	-	-
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.133.t}.\sin(2.\pi.133.t)$	0,00207271	314,14
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.160.t}.\sin(2.\pi.160.t)$	0,0027292	445,32
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.167.t}.\sin(2.\pi.167.t)$	0,002007917	301,20
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.200.t}.\sin(2.\pi.200.t)$	0,00079616	59,08
$q(t)=4800.e^{-0,05.2.\pi.333.t}.\sin(2.\pi.333.t)$	-	-



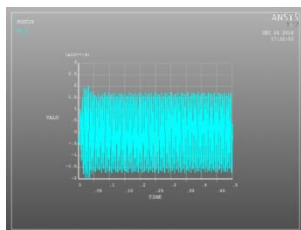
Фиг.5.15а). Премествания u_z във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_i=67 \text{ s}^{-1}$.



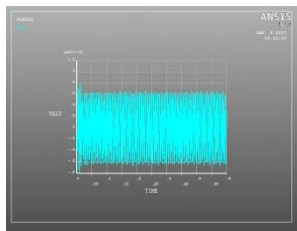
Фиг.5.15б). Премествания u_z във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_i=133 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.15в). Премествания u_z във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_i=160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.15г). Премествания u_z във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_i=167 \text{ s}^{-1}$.



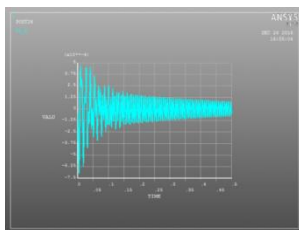
Фиг.5. 15d). Премествания u_z във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0$ при $\tilde{f}_i = 200 \text{ s}^{-1}$.

Табл. 5.24.а). Резултати от динамичния анализ – хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ - премествания u_z във възли №№ 13552, 13565, 13569

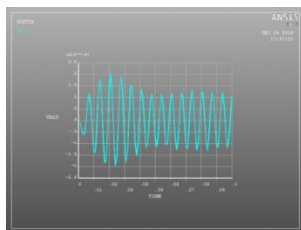
въздействие	Номер на възел		
	13552	13565	13569
статично	0,000502489	0,000502649	0,000496304
Динамично – хармонично			
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$	-	-	-
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t)$	0,00069539	0,000695515	0,000688104
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$	-	-	-
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t)$	0,00202853	0,00202842	0,00201365
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t)$	0,0025818	0,00258149	0,00256496
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t)$	0,00193572	0,00193546	0,00192317
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t)$	0,000778731	0,000778604	0,000773729
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t)$	-	-	-

Табл. 5.24.б) Резултати от динамичния анализ - хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ – средни стойности на премествания u_z в плочата.

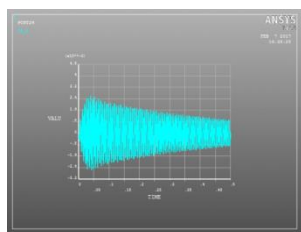
въздействие	$u_z, \text{ m}$	РАЗЛИКА, %
	-	спрямо стат.
статично	0,000500481	
Динамично – хармонично		
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$	-	-
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 67 \cdot t)$	0,000693003	38,47
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$	-	-
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 133 \cdot t)$	0,002023533	304,32
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 160 \cdot t)$	0,002576083	414,72
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 167 \cdot t)$	0,00193145	285,92
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t)$	0,000777021	55,26
$q(t)=4800 \cdot e^{-0,05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 333 \cdot t)$	-	-



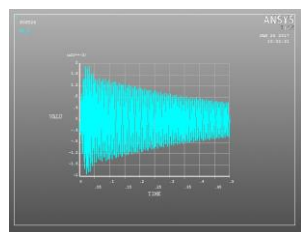
Фиг.5.16а). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i = 67 \text{ s}^{-1}$.



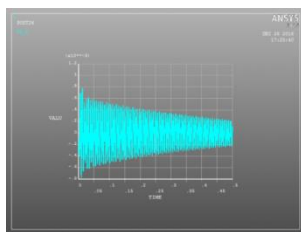
Фиг.5.16б). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=133 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.16в). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=160 \text{ s}^{-1}$.

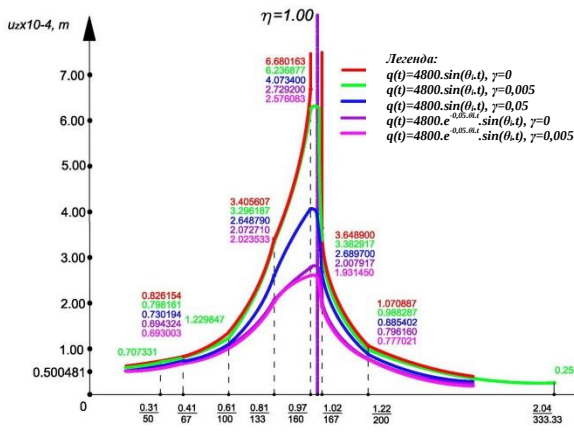


Фиг.5.16г). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=167 \text{ s}^{-1}$.



Фиг.5.16д). Премествания във възел №13552 от плочата при динамично- хармонично въздействие $q(t)=q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma=0,005$ при $\tilde{f}_i=200 \text{ s}^{-1}$.

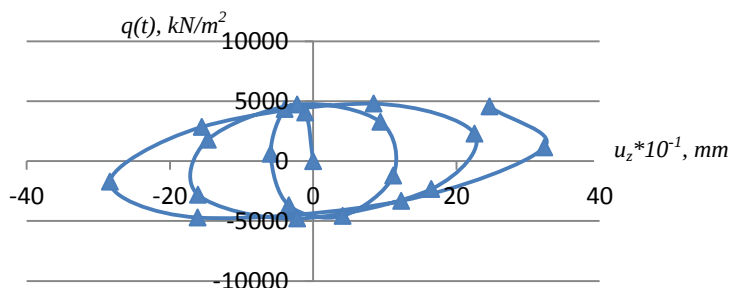
На фигура, фиг. 5.17 е изобразена графика на зависимостта $u_z - \eta$, като $\eta = \frac{\theta_i}{\omega} = \frac{\tilde{f}_i}{f_1}$ средни стойности за възли №№13552, 13565 и 13569 от плочата.



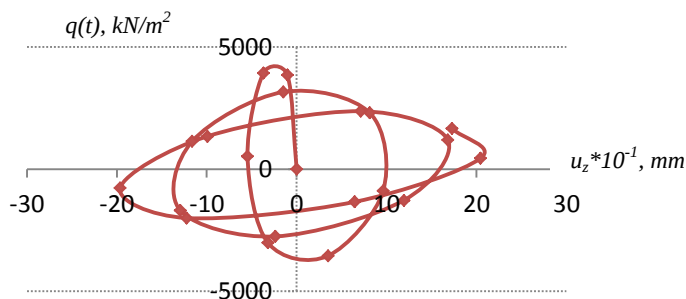
Фиг. 5.17. Реагиране при хармонични въздействия – зависимостта $u_z - \eta$ средна стойност за възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

На фиг. 5.19 е изобразена зависимостта „натоварване – преместване“ ($q(t) - u_z$) за възел №13552 от плочата от хармонично въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, за $q = 4800 \text{ kN/m}^2$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$. На фиг. 5.20 е изобразена зависимостта „натоварване – преместване“ ($q(t) - u_z$) за възел №13552 от плочата от хармонично въздействие $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, за $q = 4800 \text{ kN/m}^2$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$. На фиг. 5.21 е изобразена зависимостта „натоварване – преместване“ ($q(t) - u_z$) за възел №13552 от плочата от хармонично въздействие $q(t) = q \cdot e^{-0,025 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, за $q = 4800 \text{ kN/m}^2$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$. На фиг. 5.22 е изобразена зависимостта „натоварване – преместване“ ($q(t) - u_z$) на възел №13552 от плочата от хармонично въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, за $q = 4800 \text{ kN/m}^2$, $\tilde{f}_i = 50 \text{ s}^{-1}$.

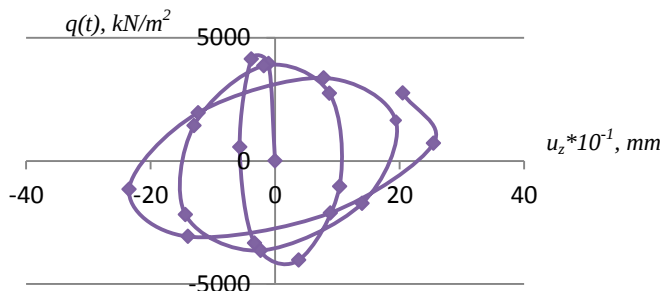
Местоположението на възел №13552 е показано на фиг. 5.7.



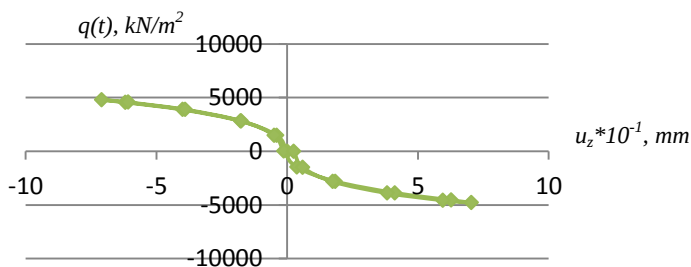
Фиг. 5.19. Зависимостта „ $q(t) - u_z$ “ от хармонично въздействие $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг. 5.20. Зависимостта „ $q(t)$ - u_z “ от хармонично въздействие
 $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг. 5.21. Зависимостта „ $q(t)$ - u_z “ от хармонично въздействие
 $q(t) = q \cdot e^{-0,025 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, $\tilde{f}_i = 160 \text{ s}^{-1}$.



Фиг. 5.22. Зависимостта „ $q(t)$ - u_z “ от хармонично въздействие
 $q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$, $\gamma = 0,005$, $\tilde{f}_i = 50 \text{ s}^{-1}$.

5.3. ИЗВОДИ И АНАЛИЗ НА ПОЛУЧЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

От направеното изследване на реагирането на изчислителния модел, подложен на динамично импулсно въздействие е видно, че във възел № 379 от контакта колона – гладка плоча главните напрежения σ_1 , σ_2 и σ_3 имат близки стойности, т.е. в него е налице тримерно

напрегнато състояние. Във възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата вече се наблюдава двумерно напрегнато състояние.

При така приложеното натоварване се наблюдава значителна концентрация на напреженията в контакта колона-плоча. Напрегнатото състояние в близост на връзката колона-гладка плоча, особено в долната повърхност на плочата, в близост до контактната зона с колоната, се характеризира с рязко увеличение на срязващите и на главните напрежения.

• Реагиране при импулсно въздействие

На фигури фиг. 5.8 и 5.10 е показана зависимостта „преместване $u_z - \frac{\Delta t_{r_{\text{с}}}}{\Delta t_i}$ “.

Изследвано е реагирането на възел от контакта колона - плоча, както и на възли от плочата в близост до контакта с колоната при импулсно въздействие. Продължителността на действие на импулсната сила е $\Delta t = \frac{1}{f_i}$ е от 0,02 s до 0,003 s или $\approx 3,3 \cdot \Delta t_r$ до $0,5 \cdot \Delta t_r$, като $\Delta t_r = \frac{1}{f_{i \text{ форма}}} = \frac{1}{163,728} = 0,006108 \text{ s}$.

При импулсно въздействие преместванията във възел от контакта колона-плоча и във възли от плочата нарастват плавно, като максималната им стойност се достига при продължителност на действие на импулсната сила от $\Delta t = 0,005 \text{ s}$. След това, с намаляване на времевия интервал на действие на импулсната сила, се наблюдава плавно намаляване на преместванията. При продължителност на действие на импулсната сила от $\Delta t = 0,005 \text{ s}$, преместванията се увеличават с 68,35-69,30 % спрямо стойността на преместванията при статично натоварване. При намаляване на времевия интервал на действие на импулсната сила от $\Delta t = 0,003 \text{ s}$, преместванията са с 66,91 – 67,75% по-големи в сравнение със стойностите им при статично натоварване. Стойностите на преместванията u_z при продължителност на действие на импулсната сила от $\Delta t = 0,0075 \text{ s}$ до $\Delta t = 0,003 \text{ s}$ са близки и разликата им е до 12%.

Зависимост „натоварване – преместване“

Както е видно от фигури фиг. 5.3 и 5.8, при приложено импулсно въздействие, зависимостта „натоварване – преместване“ е нелинейна. Преместванията достигат екстремна стойност при прилагане на импулсна сила с магнитудна стойност от 300 kN. С нулиране на товара, преместванията не се нулират, а затихват и с нарастване на t клонят към нула по експоненциален закон.

• Реагиране при хармонично въздействие

На фиг. 5.11 и 5.17 е показана зависимостта „преместване $u_z - \eta$ “ съответно в ръбова (сингулярна) точка – възел №379 и средна стойност за възли №№ 13552, 13565, 13569 от плочата.

Изследвано е реагирането на възел от контакта колона - плоча, както и на възли от плочата в близост до контакта с колоната при хармонично въздействие.

Собствената честота, отговаряща на първа собствена форма е:

$$f_{i \text{ форма}} = 163,728 \text{ s}^{-1}.$$

Приложените върху изчислителния модел смущения, са описани със следните зависимости:

$$q(t) = q \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$$

$$\theta_i = 2 \cdot \pi \cdot \tilde{f}_i, \text{ като } \tilde{f}_i = 50, 67, 100, 133, 160, 167, 200 \text{ и } 333 \text{ s}^{-1}$$

Коефициентът на затихване на амплитудата е съответно: $\gamma = 0; 0,05; 0,005$ и

$$q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_i \cdot t)$$

$$\theta_i = 2 \cdot \pi \cdot \tilde{f}_i, \text{ като } \tilde{f}_i = 50, 67, 100, 133, 160, 167, 200 \text{ и } 333 \text{ s}^{-1}$$

Коефициентът на затихване на амплитудата е съответно: $\gamma = 0$ и $0,005$

$$\text{Динамичният коефициент } \mu = \frac{1}{1-\eta^2} \text{ зависи от отношението } \eta = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\tilde{f}_i}{f_{i \text{ форма}}}.$$

Коефициентът на реагиране на преместването $R_d = \frac{u_z}{u_{z,st}}$, дава отношението на амплитудата на преместването от динамично хармонично въздействие към преместването от статично натоварване.

При малки стойности на отношението $\eta = \frac{\theta}{\omega}$, т.е. когато силата се променя бавно, стойността на коефициента R_d е малко по-голяма от 1 и амплитудата на вертикалните премествания е близка до преместванията от статично натоварване. Кривите на зависимостта $u_z - \eta$ за различните стойности на коефициента на затихване на амплитудата се доближават.

$$u_z \approx u_{z,st} = \frac{\bar{F}}{k}. \quad (5.19)$$

Динамичното реагиране при малки стойности на η , когато силата се променя бавно е приблизително същото, както при статично натоварване и се предопределя от коравината (5.19).

С повишаване на стойностите на отношението $\eta = \frac{\theta}{\omega}$ до достигане на резонансната честота $\theta = \omega$, се наблюдава рязко увеличение на вертикалните премествания, респективно напрежения и деформации. Най-големи стойности на вертикалните премествания достигат при коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0$. С увеличаването му, стойностите на вертикалните премествания намаляват, като при натоварване $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta \cdot t} \cdot \sin(\theta \cdot t)$ и коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0,005$ достигат най-малки стойности.

Кривите на зависимостта $u_z - \eta$ за различните стойности на коефициента на затихване на амплитудата се раздалечават, като остават раздалечени и след преминаване на резонансната честота. След преминаване на резонансната честота, стойностите на вертикалните премествания рязко започват да намаляват.

При недемпферирани системи, при резонансна честота $\theta = \omega$, стойността на коефициента R_d следва да клони към безкрайност. Деформациите и преместванията при резонансната честота не стават неограничени веднага, а нарастват постепенно (фиг. 5.12 – 5.16).

$$u(t) = \frac{F}{k} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} \cdot \sin \theta t, \text{ при } \theta \neq \omega; \quad (5.20)$$

$$u(t) = \frac{F}{2k} \cdot \omega t \cdot \cos \theta t, \text{ при } \theta = \omega. \quad (5.21)$$

Амплитудата на деформацията нараства неограничено, но за безкрайно дълъг период от време.

Когато преместванията и деформациите в точка от конструкцията продължават да нарастват, то в даден момент от време се стига до разрушаване, ако е изградена от крехък материал, а ако е изградена от дуктилен материал ще настъпи провлачане.

При демпферирани системи, когато $\eta = \frac{\theta}{\omega} \approx 1$, т.е. честотата на трептене е близка до честотата, отговаряща на първа собствена форма, тогава коефициента R_d , респективно системата, е много чувствителна към демпферирането. Преместванията са със значително по-високи стойности от стойностите на u_z при статично натоварване.

При стойности на $\eta = \frac{\theta}{\omega} > 1,20$ или $\eta = \frac{\theta}{\omega} < 0,6$ отново се наблюдава доближаване на кривите на зависимостта $u_z - \eta$.

При продължаващо увеличаване на стойността на $\eta = \frac{\theta}{\omega}$, силата се променя много бързо и амплитудните стойности на вертикалните премествания при динамичните

въздействия стават по-малки от преместванията при статично натоварване. Тогава стойността на R_d става малка и клони към нула.

$$u_z \approx u_{z,st} \frac{\omega^2}{\theta^2} = \frac{q}{m\theta}. \quad (5.22)$$

Динамичното реагиране при малки стойности на η , когато силата се променя много бързо и се контролира от масата.

При стойности на $\eta \ll 1$ и $\eta > 1,22$ коефициента на затихване на амплитудата не оказва съществено отражение върху стойностите на η . Всички криви на зависимостта $u_z - \eta$ при тези стойности на R_d за различните стойности на коефициента на затихване на амплитудата се доближават.

Когато стойностите на η са по-малки от 0,6 и по-големи от 1,2 съпротивленията не оказват съществено влияние върху реагирането на системата. Когато стойностите на η са близки до 1,00, т.е. в зоната на резонанса, коефициента на динамичност значително се повлиява от изменението на съпротивленията.

При честота близка, но по-ниска от резонансната, вертикалните премествания се увеличават значително - до 1234,75 % спрямо стойността на преместванията при статично натоварване. С намаляване на честотата, намаляват и стойностите на преместванията, но остават по-големи в сравнение със стойностите им при статично натоварване.

Зависимост „натоварване – премествания“

Когато честотите са близки до резонансната, натоварването е хармонично $q(t) = q \cdot \sin(\theta_r \cdot t)$ и коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0$; в графиката, изобразяваща зависимостта „преместване – време“ се наблюдават „приципвания“. Когато коефициента на затихване на амплитудата е $\gamma = 0,005$, също се наблюдава „приципване“ в графиката на зависимостта „преместване – време“, но в този случай графиката е затихваща. Както е видно от фиг. 5.12 и 5.13 зависимостта „натоварване – преместване“ при хармонично въздействие е подчертано нелинейна (фиг.5.19), когато стойностите на $\tilde{f}i$ са близки до резонансната честота.

В случая на хармонично натоварване $q(t) = q \cdot \sin(\theta_r \cdot t)$ и коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0,05$ „приципване“ в графиката на зависимостта „преместване – време“ се наблюдава в началото на смущението - фиг. 5.14. След това максималните стойности на преместванията са постоянни и зависимостта „натоварване – преместване“ се приближава към линейна.

Когато въздействието е хармонично от вида, $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_r \cdot t)$ и коефициент на затихване на амплитудата е $\gamma = 0$, зависимостта „натоварване – преместване“ е нелинейна. Пълното затихване на амплитудата на въздействието е от 0,4 s при $\tilde{f}i = 50 \text{ s}^{-1}$ до 0,06 s при $\tilde{f}i = 333 \text{ s}^{-1}$. В същото време в графиката на зависимостта „преместване - време“ в началото на смущението се наблюдава „приципване“, което е много слабо изразено, след това максималните стойности на преместванията са постоянни, а зависимостта „натоварване – преместване“ е нелинейна. Обвивката на графиката „време-премествания“ е успоредна на абсцисната ос – t , с ордината различна от нула.

Когато въздействието е хармонично от вида, $q(t) = q \cdot e^{-0,05 \cdot \theta_i \cdot t} \cdot \sin(\theta_r \cdot t)$, коефициент на затихване на амплитудата $\gamma = 0,005$, зависимостта „натоварване – преместване“ е нелинейна (фиг.5.20). Пълното затихване на амплитудата на въздействието е от 0,4 s при $\tilde{f}i = 50 \text{ s}^{-1}$ до 0,06 s при $\tilde{f}i = 333 \text{ s}^{-1}$. Обвивката на графиката на зависимостта „преместване-време“ експоненциално намалява, но не е успоредна на обвивката на функцията на хармоничното затихващо въздействие. Стойностите на вертикалните премествания не достигат константна нулева стойност при достигане на пълно затихване на външното въздействие.

ПРЕТЕНЦИИ ЗА НАУЧНИ И НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

Като има предвид съдържанието на проведените изследвания, авторът счита че е допринесъл към обогатяване на знанията за моделиране поведението и реагирането на конструктивната връзка колона-гладка плоча и формулира следните претенции за научни и научно приложни приноси:

1. Направен е сравнителен анализ на препоръките на някои норми за проектиране за осигуряване на гладки плочи срещу продънване.
2. Установен е изчислително устойчив нелинеен изчислителен модел за изследване на конструктивната връзка колона – гладка плоча с отчитане наличието на ортогонална опънна армировка. Същият може да се приеме за параметрично-адаптивен.
3. Извършен е статичен анализ на изчислителния модел и са сравнени получените резултати с препоръките на някои норми за проектиране.
4. Предложен е изчислителен модел за изследване на динамичното реагиране на връзката от действието на хармоничен и импулсен товар.
5. Създадена е изчислителна симулация, посредством която може да се даде количествена оценка на резонансното поведение на конструктивната връзка колона-гладка плоча.

НАСОКИ ЗА БЪДЕЩИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

1. **Модели на конструктивни възли и елементи.**
 - Изследване на реагирането на конструктивната връзка колона-гладка плоча от статични и динамични въздействия при крайни и ъглови колони;
 - Изследване на реагирането на конструктивната връзка колона-гладка плоча от статични и динамични въздействия при наличие на отвори в плочата;
 - Изследване на реагирането на стоманобетонни елементи-плочи и греди подложени на импулсни въздействия;
 - Отчитане на влиянието на динамичното въздействие върху работата на конструктивни елементи и възли.
 - Изследване на реагирането на конструкцията на сградата от динамични въздействия при адекватно отчитане на взаимодействието със земната основа
2. **Влияние на факторите на околната среда върху поведението на конструктивни елементи и възли.**
 - Изследване на влиянието на температурни разлики и радиацията върху напрегнатото и деформирано състояние на конструктивни елементи и възли;
 - Изследвания върху разпространението на вълни в сградната обвивка и в конструктивни елементи.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМАТА НА ДИСЕРТАЦИЯТА

1. Илиана Стойнова, Радан Иванов, Константин Казаков, „ВЪРХУ ИЗЧИСЛИТЕЛНИТЕ И МЕХАНИЧНИ МОДЕЛИ НА РАЗРУШАВАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ГЛАДКА ПЛОЧА“, Международна научна конференция „Проектиране и строителство на сгради и съоръжения“ DCB 2012, Варна, (2012).
2. И.Стойнова, Р.Иванов, К.Казаков, ВЪРХУ РАЗРУШАВАНЕ НА КОНСТРУКТИВНАТА ВРЪЗКА КОЛОНА – ПЛОЧА ПРИ ГЛАДКИ ПЛОЧИ, Международна научна конференция DCB 2014, 11-13 Септември 2014г., Варна, на CD; (2014)
3. Iliana Stoynova, Radan Ivanov, Konstantin Kazakov, FEM MODELLING OF CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE CONNECTIONS, In Proc.: 16-th International Symposium of MASE, ISBN 608-4510-24-8, 1-3 October 2015, Ohrid, FYROM, (2015).
4. Iliana Stoynova, Konstantin Kazakov, Radan Ivanov, MODELLING OF REINFORCED CONCRETE FLAT SLAB – COLUMN CONNECTION SUBJECTED TO STATIC LOAD, Tuzla, June 02-04, 2016 , ISSN 2490-2535, Tuzla, (2016).
5. Iliana Stoynova, Konstantin Kazakov, Radan Ivanov, НЕЛИНЕЙНИ МОДЕЛИ НА СТОМАНОБЕТОНЕН ВЪЗЕЛ КОЛОНА-ГЛАДКА ПЛОЧА, 9-10 юни,2016,16-та Международна научна конференция ВСУ 2016, стр.157-163, ISSN 1314-071X, София (2016).
6. Стойнова И., Казаков К., Иванов Р., РЕАГИРАНЕ НА ВРЪЗКАТА КОЛОНА-ГЛАДКА ПЛОЧА ПОДЛОЖЕНА НА ДИНАМИЧНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ, Международна научна конференция DCB 2016, 15-17 Септември 2016 г., Варна, на CD, стр.500-505, ISBN: 978-954-92866-7-0 (2016).
7. Stoynova Iliana, Kazakov Konstantin, MODELING OF CONCRETE FLAT SLAB-COLUMN CONNECTION SUBJECTED TO DYNAMIC EXCITATIONS, In Proc.: 14-th Conference „New Trends in Statics and Dynamics of Buildings”, 13-14 October 2016, Bratislava, Slovakia, pp 174-181, ISBN 978-80-227-4613-7 NEW TRENDS IN STATICS AND DYNAMICS OF BUILDINGS”, Bratislava (2016).

ДЕКЛАРАЦИЯ ЗА САМОСТОЯТЕЛНОСТ

Авторът на настоящия дисертационен труд декларира, че идеите за предложените изчислителни модели за изследване на реагирането на конструктивната връзка колона – плоча от статични и динамични въздействия, методиката и предметът на числените експерименти, както и всички представени резултати (с изключение на цитираните) са оригинални и са получени след самостоятелна изследователска работа, подпомогната от научните ръководители.

БЛАГОДАРНОСТИ

Изказвам своята благодарност на родителите ми Танка и Йордан Петрови за възпитанието, което са ми дали и за образованието, което са ми осигурили. Благодаря на семейството ми за вярата и моралната подкрепа.

Благодаря на научните ми ръководители проф.д.т.н д-р инж. Константин Казаков и доц. д-р инж. Радан Иванов за търпението и споделените знания и опит. Благодаря на проф.д.т.н д-р инж. Константин Казаков за професионализма, човешкия и професионален пример и доверието, с което е съпътствана нашата съвместна работа.

Благодаря на ръководството на ВСУ „Любен Каравелов“ за предоставената възможност и подкрепата по време на разработването на дисертационния труд.

Благодаря на доц. д-р инж. Анита Хандрулева за подкрепата и доверието.

Благодаря на вътрешния рецензент проф. д-р инж. Дончо Партов за задълбочения прочит и уместните коментари и бележки.

Благодаря на колегите от катедра „Механика и математика“ за цялостния интерес към изследванията, както и за изказаните компетентни мнения, съвети и опит.

Илиана Стойнова
София, 2017 г.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] БДС EN 1992-1-1 Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции.
- [2] Банков Б., Теория на еластичността, устойчивост и динамика на еластичните системи – избрани въпроси, УАСГ, София, 2004.
- [3] Банков Б., Ю. Павлова, Метод на крайните елементи в строителната механика, УАСГ, София, 1999.
- [4] Бобев Т. и колектив, „Устойчивост и динамика. Ръководство за решаване на задачи, Издателство Техника, София, 1994.
- [5] Върбанов Х., Тепавичаров А., Ганев Т., Приложна теория на еластичността и пластичността, ISBN 934-03-0043-6, Издателство Техника, София, 1992.
- [6] Върбанов Х., Теория на еластичността, Издателство Техника, София, 1976.
- [7] Върбанов Х., Устойчивост и динамика на еластичните системи, Издателство Техника, София, 1989.
- [8] Гвоздев А. А. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1978.
- [9] Георгиев А., Продълвяване на стоманобетонни плочи – анализ и сравнение на модела в Eurocode 2 и в българските норми за проектиране, Международна научна конференция „Проектиране и строителство на сгради и съоръжения“ DCB’2008 12-14 Септември, Варна, България (2008), стр. 144-148.
- [10] Георгиев А., Продълвяване, ISBN 978-954-92256-3-1, Фатум ООД, София, 2011.
- [11] Господинов Г., Въведение в механика на разрушението, Електронен учебник, УАСГ, 2000.
- [12] Господинов Г., Преглед на изчислителните модели за изследване на квазикреки материали с пукнатини, Годишник на УАСГ, София, 2002.
- [13] Динев Д., Анализ на конструкции със SAP2000. Методическо ръководство в примери, УАСГ, София, 2005.
- [14] Дорфман А.Э., Левонин Л.Н. Проектирование безбалочных бескапительных перекрытий.. — М. : Стройздат, 1975 г. — 124 стр.
- [15] Залесов А.С. Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил. Теория и новые методы расчета прочности. Москва, 1978 г.
- [16] Иванов А., Залесов А.С. Расчет прочности плоских плит перекрытий без поперечной арматуры монолитных красачных зданий на продавливание. – Известия вузов. Строительство и архитектура. – 2003/с.200–205.
- [17] Казаков К. Методът на крайните елементи за моделиране на строителните конструкции – трето преработено и допълнено издание, ISBN 978-954-322-379-4, изд. „ГЕА 2000“, София, 2010.
- [18] Казаков К., Методът на крайните елементи за моделиране на строителните конструкции, четвърто преработено и допълнено издание, ISBN 978-954-322-379-4, издателство ГЕА 2000, София, 2012.
- [19] Казаков К., Моделиране на конструкции с Метод на крайните елементи, София, 2004.
- [20] Казаков К., Теория на еластичността, динамика и устойчивост на строителните конструкции, ISBN 978-954-322-486-9, АИ „Марин Дринов“, София, 2012.
- [21] Казаков К., Вариант на приложна класификация на структурни крайни елементи за статичен и динамичен анализ на конструкции, Национална конференция с международно участие ВСУ „Любен Каравелов“ 2005.
- [22] Клованич С.Ф., Шеховцов В.И., Продавливание железобетонных плит. Натурный и численный эксперименты, ISBN 966-7716-64-3, Одесса 2011.
- [23] Кметов, М. – Изследване на стоманобетонни конструкции при пластични деформации и при развитие на пукнатини. Дисертация (доктор на техническите науки), София, 1985.
- [24] Коларов, Д., А. Балтов и Н. Бончева – Механика на пластичните среди. Издателство БАН, 1975.
- [25] Коровин Н. Н., Голосов В. Н. Продавливание свайных ростверков колоннами. Труды НИИЖБ, 1974, вып.10.
- [26] Михалева, Д., Павлов, Ив., Проектиране на стоманобетонни рамкови възли за среден и висок клас по дуктилност, Пета Международна научно-приложна конференция „Архитектура, строителство – съвременност“, Варна, 2011.
- [27] Маноилов Л., Стоманобетон, Четвърто основно преработено издание, издателство „Техника“, София, 1991.
- [28] Николова М. Изчисления с MathCad, ISBN: 978-954-8991-60-5, Варна, ВВМУ “Н. Й. Вапцаров”, 2008.
- [29] Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции, изд. Техника ABC, 2008 г.
- [30] Русев К. Стоманобетон НПБСК-EC2, ISBN 954-8873-86-4, изд. Техника ABC, 2008 г.
- [31] Русев К., Кърджиев В., Трайкова М., Янчев В., Андреев М., Христов П., Николова Б., Стефанов Г., Ангелов Н., Георгиев Е., Ръководство по стоманобетон Еврокод 2, ISBN 978-619-90034-3-5, КИИП, София 2013.
- [32] Първанова С., Господинов Г., Преглед и анализ на методите за моделиране на стоманобетонни греди работещи на срязване, Сборник доклади, Юбилейна научна конференция – 90 год. от рождението на проф. Христо Върбанов, УАСГ 2006, с. 83-102, София, 2006.
- [33] Сергеевски А.Д. О расчетах плит на продавливание. «Бетон и железобетон», 1962, №6.
- [34] Сотиров, П., Игнатиев, Н., Михалева, Д., Павлов, Ив., Практическо ръководство с решени примери по прилагането на Еврокод 8-1 – проектиране на конструкциите за сеизмични въздействия (нови сгради), КИИП, София, 2012.
- [35] Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции СНиП 2.03.01-84, <http://www.vashdom.ru/snip/20301-84/>.
- [36] СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 (с Изменением № 1), <http://docs.cntd.ru/document/1200095246>.
- [37] Хандрулева А., Матуски В., Казаков К., Моделиране на строителни конструкции с програмен продукт SAP2000, ISBN 978-954-331-041-8, София, 2012, ВСУ „Любен Каравелов“.

- [38] Хандрулева А., Матуски В, Казаков К., Банков Б, Ръководство за решаване на задачи по теория на еластичността, динамика и устойчивост на строителните конструкции, ISBN 978-954-331-033-3, София, 2011, ВСУ „Любен Каравелов“.
- [39] Alexander S.D.B., Simmonds S.H., Ultimate strength of slab-column connection, *ACI Structural Journal* 84(3), pp. 255-261.
- [40] Alexander S.D.B., Simmonds S.H., Shear moment transfer in flat slab-column connections, *Structural Engineering Report № 141*, University of Alberta, Edmonton, Alberta, 1986.
- [41] ACI 421.1R-08 Guide to Shear Reinforcement for Slabs, American Concrete Insitute, June 2008.
- [42] American Concrete Institute, Building code requirements for structural concrete (ACI 318 – 08) and commentary (ACI 318R – 08), Farmington Hills (MI), American Concrete Institute, 2008.
- [43] ANSYS Reference Manual, www.ansys.com.
- [44] Baltov A., A. Yanakieva, Numerical Procedure for Identification of Constitutive Equations base on Experimental Data, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol 43(3), 2013.
- [45] Bathe K. E. Wilson, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice – Hall, 1976.
- [46] Bathe K., *Finite element procedures in engineering procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 1982.
- [47] Bazant Z.P., *Size Effect Aspects of Measurement of Fracture Characteristics of Quasibrittle Materials*, Elsevier 1996.
- [48] Bazant Z., Cao Z., *Size Effect of Punching Shear Failure of Slabs*, *ACI Structural Journal*, 84 (1), 1987, pp 44-52.
- [49] Bazant Z., B.H.Oh, *Crack band theory for fracture of concrete*, *Journal Materials and Structures*, p. 155-177, 1983.
- [50] Bazant Z.P., Planas J., *Size effect in concrete and other quasibrittle materials*, Boca Raton and London, CRC Press, 1998.
- [51] Bazant Z.P., Xu K., *Size effect in fatigue fracture of concrete*, *ACI Master Journal*, 1991, 88(4)-390-9.
- [52] Bompа D.V., Onet T., An incursion on punching of reinforced concrete flat slabs, *Buletinul Institutului Politehnic Din Iasi*, t. LV (LIX), 2009.
- [53] British standard BS 8110-1: 1997, *Structural use of concrete - Part 1: Code of practice for design and construction*, ISBN 0 580 26208 1.
- [54] Brown S., W. Dilger, *Design of Slab-Column Connection to Resist Seismic Loading*, 13-th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada, paper № 2832, 2004.
- [55] *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. ACI 318.
- [56] Chopra A., *Dynamics of structures*, ISBN 0-13-855214-2, Prentice Hall Inc, 1995.
- [57] Collins, M.P., *Evaluation of shear design procedures for concrete structures*, A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.
- [58] Dilger W.H. and Ghali A., *Shear reinforcement for concrete slabs*, *Proc.: ASCE*, v. 107, ST11, Dec.1981, pp. 2403-2420.
- [59] Elstner R., Hognestad E., *Shearing of reinforced concrete slabs*, *Journal of the American Concrete Institute*, v.28, №1, pp. 29-58.
- [60] Elwood K.J., *Modeling failures in existing reinforced concrete columns*, *Canadian Journal of Civil Engineering* 31, pp. 846-859.
- [61] Eurocode 2 Commentary, *European Concrete Platform*, June 2008, Brussels.
- [62] FIB Bulletin 12 *Punching of Structural Concrete Slabs*, CEB-FIB April 2001, ISSN 1562-3610.
- [63] Gardner N.J., *Relationship of the punching shear capacity of reinforced concrete slabs with concrete strength*. *ACI structural Journal* Vol.97, №5, 1990, pp. 66-71.
- [64] Gardner N.J., *Verification of punching shear provisions for reinforced concrete flat slabs*, paper № 108-S54, *ACI structural Journal*, September-October 2011, pp. 572-580.
- [65] Ghali A., “An efficient solution to punching of slabs”, *Concrete International*, vol.11, №6, 1989, pp. 50-54.
- [66] Ghali A., Megally S., *Design for punching shear strength with ACI 318-95*, *ACI Structural Journal* 199, pp. 539-548.
- [67] Hagigat C. K., *Using Finite Element Software For Enhancing A Vibration Analysis Curriculum*, *Proceedings of the 2004 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition*, 2004, American Society for Engineering Education.
- [68] Hallgren M., *Modified mechanical model of punching shear*, *Computational modeling of concrete structures*, 1998 Balkema, Rotterdam, ISBN 905-410- 946-7, pp. 949-957.
- [69] Hallgren M., “Punching shear capacity of reinforced high-strength concrete slabs” *Doctoral Thesis*, KTH Stockholm, TRITA-BKN, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1996.
- [70] Hallgren M., Kinnunen S., Nylander B., “Punching shear tests on column footings”, <https://portal.tekna.no/ikbViewer/Content/739007/doc-21-1.pdf>.
- [71] Hewitt B., Batchelor B., *Punching shear strength of restrained slabs*, *Journal of Structural Division*, v. 101, №9, pp. 1837-1853.
- [72] Hillerborg A., *Materials and Structures*, 1985.
- [73] Hognestad E., N. W. Hanson y D. McHenry. (1955), "Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 52 No. 4, pp. 455-479.
- [74] Huang H.-Ch., *Static and Dynamic Analyses of Plates and Shells, Theory, Software and Application*, e-ISBN – 13:978-1-4471-1669-1, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1989.
- [75] Hussein A., *Punching shear analysis of reinforced high-strength concrete slabs*, *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol.18, pp. 954-963.
- [76] <https://ece.uwaterloo.ca/~dwharder/NumericalAnalysis/04LinearAlgebra/cholesky>

- [77] Ivanov R., Variations in the seismic response of large panel RC buildings due to different modeling approaches, the 7-th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings, Bratislava, Slovakia, 2009 (on CD).
- [78] Ivanov R., Seismic response of large panel reinforced concrete buildings, Conference Savremena gradevinska praksa, 2011, Novi Sad, Serbia, 2011.
- [79] Isaacson E., Keller H.B., Analysis of Numerical Methods, Dover, New York, 1995.
- [80] Islam S., Park R., "Tests on column-flat slab connection with shear and unbalanced flexure", Journal of Structural Division, vol.102, №3, 1976, pp. 549-568
- [81] Kamaraldin Khalet, Punching shear and moment transfer in reinforced concrete flat slabs, The Polytechnic of Central London, 1990.
- [82] Kazakov K., A. Yanakieva, Computational Effectiveness of the Augmented Lagrange Method in the FE Simulations of Pull-out of Steel Bar and Concrete, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Tome 65 (2), 219-224, 2012.
- [83] Kazakov K., A. Yanakieva, On the Nonlinear SDOF Free Vibration Analysis", Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Tome 66(2), 431-439, 2013.
- [84] Kazakov K., Theory of elasticity, stability and dynamics of structures: Common problems, 2012, Trafford Publishing, ISBN 978-1-4669-6863-9.
- [85] Kerelezova I., Numerical modeling of crack path propagation depending on steel ratio in RC beams, Lecture notes, UAACEG, Sofia 2012.
- [86] Kinnunen S., Nylander B., Punching of concrete slabs without shear reinforcement, Translation of Royal Institute of Technology, Civil Engineering.
- [87] Kuang J.S., Morley C.T., Punching shear behavior of restrained reinforced concrete slabs to columns. ACI structural Journal Vol.98, №2, 2001, pp. 207-214.
- [88] Levinson M., An accurate, simple theory of the static and dynamics of elastic plates, Mechanics Research Communications, 7(6), 343-350, 1980.
- [89] Long A.E., Bond D. "Punching failure of reinforced concrete slabs", Proc. Of the Institution of Civil Engineers, London, v.37, May 1968, pp.109-135.
- [90] Marzouk H., Hussein A., Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs. ACI structural Journal Vol.88, №6, 1991, pp. 701-713.
- [91] Megally S., Punching shear resistance of concrete slabs to gravity and earthquake forces, Department of Civil Engineering, University of Calgary, Alberta, Canada, June 1998.
- [92] Menetrey Ph., Numerical analysis of punching shear failure in reinforcement concrete structures, These № 1279 (1994), Depart. de Genie Civil, EPFL Lausanne.
- [93] Menetrey Ph., Punching in slabs with shear reinforcement: a tensile failure, In: Structural Concrete – the bridge between people, fib – Symposium, Prague 1999.
- [94] Moaveni S., Finite element analysis: theory and application with ANSYS - 3rd ed., ISBN 0-13-189050, Prentice Hall, 1999.
- [95] Moe J., "Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentric loads", Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, IL.
- [96] Morgan K., Shock & Vibration using ANSYS Mechanical, ANSYS Inc. 2015.
- [97] Muttoni A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement, paper № 105-S42, ACI Structural Journal, v.105, №4, July-August 2008, pp. 440-450.
- [98] Muttoni A., and J. Schwartz, Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement, IABSE Colloquium, Vol. 62, pp. 703-708, 1991.
- [99] Nielsen M.P., Hoang L.C., Limit Analysis and Concrete Plasticity, Third edition, ISBN 978-1-4398-0396-1, CRC Press Taylor & Francis Group, 2011.
- [100] Park R., Pauly T., Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, Sydney, 1975.
- [101] Park R., and W.L.Gamble, Reinforced Concrete Slabs, John Wiley & Sons, New York, NY, 2000.
- [102] Polak A.M., Modeling Punching Shear of Reinforced Concrete Slabs Using Layered Finite Elements, ACI Structural Journal, January-February 1998.
- [103] Porco F., G.Uva, M.Sangirardi and S.Casolo, About the reliability of punching verifications in reinforced concrete flat slabs, The Open Construction and Building Technology Journal, 2013, p. 74-87.
- [104] Regan P.E., Symmetric punching of reinforced concrete slabs, Magazine of Concrete research, vol.38, pp. 115-128.
- [105] Rizk E., Marzouk H., Hussein A., Punching shear of thick plates with and without shear reinforcement, paper № 108-S55, ACI structural Journal, September-October 2011, pp. 572-580.
- [106] Sacramento P.V.P, M.P Fereira, D.R.C.Oliveira, G.S.S.A. Melo, Punching strength of reinforced concrete slabs without shear reinforcement, IBRACON Structures and Materials Journal, vol.5, №5, p. 659-691, ISSN 1983-4195.
- [107] Sagaesta J., A.Muttoni, M.F.Ruiz, L.Tassinari, Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement, Magazine of Concrete Research, vol.63, issue 6, p.441-457.
- [108] Saraswati Setia, Shakti Kalyani, Seismic Behavior of Connections Subjected to Punching Shear in Flat-Slab Systems, Journal of Engineering and Technology, Jan-Jun 2015, Vol5, Issue1.
- [109] Slowik M., Blazik – Numerical study of fracture process zone width concrete members, Architecture, Civil Engineering, Environment ACEE 2/2011.
- [110] Sonia L. Parvanova, Konstantin S. Kazakov, Irina G. Kerelezova, Gospodin K. Gospodinov, Mogens P. Nielsen, Modelling the nonlinear behaviour of R/C beams with moderate shear span and without stirrups using ANSYS, Proc. of Scientific International Conference, VSU "Liuben Karavelov", 26-27 May, 2005, Sofia, Bulgaria.

- [111] S. Parvanova, K. Kazakov, I. Kerelezova, G. Gospodinov, Mogens P. Nielsen, On a diagonal numerical crack model of RC beam with no shear reinforcement, Proc. of 10th Jubilee National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, 13-16 September, 2005, Varna, Bulgaria.
- [112] Stein Timm, Amin Ghaliand, Walter Dilger, Distinction between punching and flexural failure models of flat slabs, ACI Structural Journal, May-June 2007, Tittle) 104-S36, p.357-365.
- [113] Sundquist H., Punching research at the Royal Institute of Technology (KTH) at Stockholm, Ed. Polak, ACI 2005, pp. 119-256.
- [114] Szilard R., Theories and application of plate analysis: Classical, Numerical and Engineering methods, 2004, John Wiley & Sons Inc., ISBN 0-471-41989-9.
- [115] Teodorescu P., N.-D. Stanescu, N. Pandrea, Numerical Analysis with Application in Mechanics, ISBN 978-1-118-07750-4, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, 2013.
- [116] Thomas H.-K.Kang and John W. Wallace, Dynamic Response of Flat Plate Systems with Shear Reinforcement, ACI Structural Journal, September-October 2005.
- [117] Thomas H.-K.Kang, John W. Wallace and Kennet J. Elwood, Dynamic tests and modeling of RC and PT slab-column connections, In proc.: 8-th US national Conference on Earthquake Engineering, April 18-22 2006, San Francisco, California, paper №362.
- [118] Vainiunas P., V.Popovas, A. Jarmolajev, Punching shear behavior analysis of RC flat floor slab-to-column connection, Journal of Civil Engineering and Management, 2002, vol.VIII, №2, p.77-82.
- [119] Vanderbilt M.D., Shear Strength of Continuous Plates, Journal of Structural Division, Proceeding ASCE, V.98, № ST5, May 1972, pp. 961-973.
- [120] Veccio E.J., Collins M.P., The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, ACI Structural Journal, 83(2), pp.215-231, 1986.
- [121] Veccio E.J., Collins M.P., Response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses, Report №82-03, University of Toronto, Canada, 1982.
- [122] Walraven J.C., Aggregate interlock: Theoretical and experimental analysis. Delft University Press 1980.
- [123] Willam, K. J. and Warnke, E. P. (1975). Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. Proceedings of the International Assoc. for Bridge and Structural Engineering, vol 19, pp. 1- 30.
- [124] Wivez W.Jr., Johnson P.R., Structural dynamics by finite elements.
- [125] Yitzaki D., Punching strength of reinforced concrete slabs, ACI Structural Journal, v.63, №5, pp. 527-542.
- [126] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. and Zhu J.Z., The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals Sixth edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.